



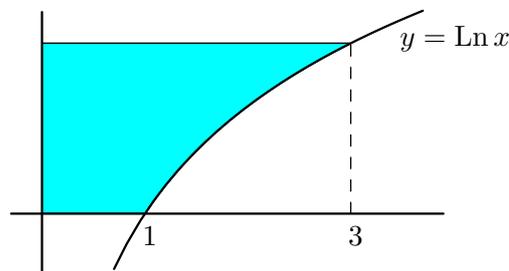
**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de  $80 \text{ cm}^3$ . Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta  $1\text{€}/\text{cm}^2$  y para la base se emplea un material un 50% más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

**Ejercicio 2. [2'5 puntos]** Siendo  $\ln x$  el logaritmo neperiano de  $x$ , halla el área de la superficie sombreada.



**Ejercicio 3. [2'5 puntos]** Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + z &= 1 \\ -x + y + 2z &= -1 \\ ax + by + z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

tiene al menos dos soluciones distintas.

**Ejercicio 4. [2'5 puntos]** Se sabe que el triángulo  $ABC$  es rectángulo en el vértice  $C$ , que pertenece a la recta intersección de los planos  $y + z = 1$  e  $y - 3z + 3 = 0$ , y que sus otros dos vértices son  $A(2, 0, 1)$  y  $B(0, -3, 0)$ . Halla  $C$  y el área del triángulo  $ABC$ .

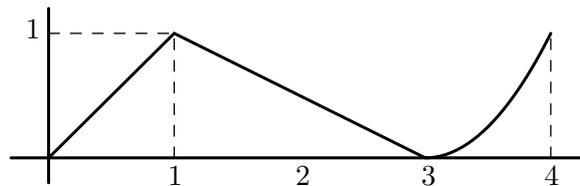


**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** De una función  $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  se sabe que  $f(1) = 3$  y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el dibujo.



- [0'5 puntos] Halla la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ . ¿En qué punto alcanza la función  $f$  su máximo absoluto?
- [1 punto] Estudia la concavidad y la convexidad de  $f$ .

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la recta  $y = 2x$  y por las curvas  $y = x^2$  e  $y = \frac{x^2}{2}$ .

**Ejercicio 3.**

(a) [1 punto] Sabiendo que la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$  tiene rango 2, ¿cuál es el valor de  $a$ ?

(b) [1'5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & -6 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \alpha \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = \beta - 1 \\ z = -1. \end{cases}$$