| | | |
|---|---|---|
| | **UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA**<br>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD | **BACHILLERATO**<br><br>**MATEMÁTICAS II** |

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción A

---

**Ejercicio 1.** **[2'5 puntos]** Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de derivada nula en $x = 1$ que no es extremo relativo y que $f(1) = 1$. Calcula $a$, $b$ y $c$.

---

**Ejercicio 2.** Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

**(a)** **[0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 3$.

**(b)** **[1'75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de $f$, la recta tangente obtenida y el eje OY.

---

**Ejercicio 3.** **[2'5 puntos]** Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix},$$

halla la matriz $X$ que cumple que $A \cdot X = (B \cdot A^t)^t$.

---

**Ejercicio 4.** Considera el punto $P(-2, 3, 0)$ y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x + y + z + 2 & = & 0 \\ 2x - 2y + z + 1 & = & 0. \end{array} \right.$

**(a)** **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que pasa por $P$ y contiene a la recta $r$.

**(b)** **[1'5 puntos]** Determina el punto de $r$ más próximo a $P$.

---

| | |
|---|---|
| **Instrucciones:** | a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.<br>b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.<br>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.<br>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.<br>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. |

## Opción B

---

**Ejercicio 1.** [**2'5 puntos**] Se sabe que la función $f : (0,3) \longrightarrow \mathbb{R}$ es derivable en todo punto de su dominio, siendo

$$f'(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si} \quad 0 < x \leq 2, \\ -x+3 & \text{si} \quad 2 < x < 3, \end{cases}$$

y que $f(1) = 0$. Halla la expresión analítica de $f$.

---

**Ejercicio 2.** Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por

$$f(x) = \begin{cases} |2-x| & \text{si} \quad x < a, \\ x^2 - 5x + 7 & \text{si} \quad x \geq a, \end{cases}$$

donde $a$ es un número real.

**(a)** [**0'5 puntos**] Determina $a$.

**(b)** [**2 puntos**] Halla la función derivada de $f$.

---

**Ejercicio 3.** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m^2 & 1 & 1 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

**(a)** [**1 punto**] Determina los valores de $m$ para los que la matriz $A$ tiene inversa.

**(b)** [**1'5 puntos**] Calcula, si es posible, la matriz inversa de $A$ para $m = 2$.

---

**Ejercicio 4.** Considera una recta $r$ y un plano $\pi$ cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\left.\begin{array}{l} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{array}\right\} \quad (t \in \mathbb{R}) \qquad\qquad \left.\begin{array}{l} x = \alpha \\ y = \alpha \\ z = \beta \end{array}\right\} \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R}).$$

**(a)** [**1'25 puntos**] Estudia la posición relativa de la recta $r$ y el plano $\pi$.

**(b)** [**1'25 puntos**] Dados los puntos $B(4,4,4)$ y $C(0,0,0)$, halla un punto $A$ en la recta $r$ de manera que el triángulo formado por los puntos $A$, $B$ y $C$ sea rectángulo en $B$.

---