

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
  - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

## OPCIÓN A

### EJERCICIO 1

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ .

- (1.5 puntos) Calcule los valores de  $a$  y  $b$  para que  $A \cdot B = B \cdot A$ .
- (1.5 puntos) Para  $a = 1$  y  $b = 0$ , resuelva la ecuación matricial  $X \cdot B - A = I_2$ .

### EJERCICIO 2

Sea la función definida de la forma  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ 2x^2 - 10x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ .

- (0.5 puntos) Halle el dominio de  $f$ .
- (1.25 puntos) Estudie la derivabilidad de  $f$  en  $x = 2$ .
- (1.25 puntos) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

### EJERCICIO 3

#### Parte I

- (1 punto) Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que  $P(A)=0.5$ , que  $P(B)=0.4$  y que  $P(A \cup B) = 0.8$ , determine  $P(A/B)$ .
- (1 punto) Sean  $C$  y  $D$  dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que  $P(C) = 0.3$ , que  $P(D) = 0.8$  y que  $C$  y  $D$  son independientes, determine  $P(C \cup D)$ .

#### Parte II

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media  $\mu$  días y desviación típica 3 días.

- (1 punto) Determine un intervalo de confianza para estimar  $\mu$ , a un nivel del 97 %, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.
- (1 punto) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar  $\mu$  con un error máximo de 1 día y un nivel de confianza del 92%?

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
  - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

## OPCIÓN B

### EJERCICIO 1

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones:

$$2x + y \leq 6; \quad 4x + y \leq 10; \quad -x + y \leq 3; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$$

y determine sus vértices.

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función  $f(x, y) = 4x + 2y - 3$  en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

### EJERCICIO 2

Sea la función  $f$  definida mediante  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x < 1 \\ L(x) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Determine  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f$  es continua y tiene un mínimo en  $x = -1$ .

b) **(1.5 puntos)** Para  $a = -1$  y  $b = 1$ , estudie la derivabilidad de  $f$  en  $x = -1$  y en  $x = 1$ .

### EJERCICIO 3

#### Parte I

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, tenga empleo.

b) **(1 punto)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

#### Parte II

Sea la población  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.

b) **(1 punto)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

**OPCIÓN A**

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) 0.5 por cada producto, 0.5 por la igualdad y obtención de  $a$  y  $b$ .
- b) Hasta 1.5 puntos.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) Hasta 1.25 puntos.
- c) Hasta 1.25 puntos.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 0.75 por el resto.
- b) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 0.75 por el resto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 0.25 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 puntos por la resolución.
- b) Hasta 0.25 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 puntos por la resolución.

**OPCIÓN B**

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) Hasta 1 punto por la región, hasta 1 punto por los vértices.
- b) 0.25 por valorar los vértices. 0.75 por expresar que la solución es el segmento.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) 0.5 por la condición de continuidad, 0.5 por la condición de mínimo, 0.5 por la obtención de  $a$  y  $b$ .
- b) 0.75 por la derivabilidad en cada punto.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.