

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Con motivo de su inauguración, una heladería quiere repartir dos tipos de tarrinas de helados. El primer tipo de tarrina está compuesto por 100 g de helado de chocolate, 200 g de helado de straciatella y 1 barquillo. El segundo tipo llevará 150 g de helado de chocolate, 150 g de helado de straciatella y 2 barquillos. Sólo se dispone de 8 kg de helado de chocolate, 10 kg de helado de straciatella y 100 barquillos.

¿Cuántas tarrinas de cada tipo se deben preparar para repartir el máximo número posible de tarrinas?

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{3\ln(x)}{x^3}, \quad g(x) = (1-x^2) \cdot (x^3-1)^2, \quad h(x) = 3x^2 - 7x + \frac{1}{e^{2x}}.$$

b) **(1 punto)** Halle las asíntotas de la función $p(x) = \frac{7x}{3x-12}$.

EJERCICIO 3

De los 700 alumnos matriculados en una asignatura, 210 son hombres y 490 mujeres. Se sabe que el 60% de los hombres y el 70% de las mujeres aprueban dicha asignatura. Se elige una persona al azar.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe la asignatura?

b) **(1 punto)** Sabiendo que ha aprobado la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

EJERCICIO 4

La calificación en Matemáticas de los alumnos de un centro docente es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de desviación típica 1.2. Una muestra de 10 alumnos ha dado las siguientes calificaciones:

3 8 6 3 9 1 7 7 5 6.

a) **(1.75 puntos)** Se tiene la creencia de que la calificación media de los alumnos del centro en Matemáticas es a lo sumo 5 puntos. Con un nivel de significación del 5%, plantee el contraste unilateral correspondiente ($H_0: \mu \leq 5$), determine la región crítica y razone si la creencia es fundada o no.

b) **(0.75 puntos)** ¿Obtendría la misma respuesta si el nivel de significación fuese del 15%?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.7 puntos)** Calcule las matrices X e Y si $X + Y = 2A$ y $X + B = 2Y$.
- b) **(0.8 puntos)** Analice cuáles de las siguientes operaciones con matrices se pueden realizar, indicando en los casos afirmativos las dimensiones de la matriz D :

$$A + D = C \quad A \cdot D = C^t \quad D \cdot A = C \quad D \cdot A = C^t.$$

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{8x + a}{x - 1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) **(1 punto)** Determine el valor de a para que la función sea continua.
- b) **(0.75 puntos)** ¿Para $a = -10$, es creciente la función en $x = 3$?
- c) **(0.75 puntos)** Halle sus asíntotas para $a = -10$.

EJERCICIO 3

La proporción de personas de una población que tiene una determinada enfermedad es de 1 por cada 500 personas. Se dispone de una prueba para detectar dicha enfermedad. La prueba detecta la enfermedad en el 90% de los casos en que la persona está enferma, pero también da como enfermas al 5% de las personas sanas.

- a) **(1.25 puntos)** Se elige al azar una persona y se le hace la prueba. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido diagnosticada correctamente?
- b) **(1.25 puntos)** Si la prueba ha diagnosticado que la persona está enferma, ¿cuál es la probabilidad de que realmente lo esté? ¿Y de que esté sana?

EJERCICIO 4

Un fabricante de tuberías de PVC sabe que la distribución de los diámetros interiores de los tubos de conducción de agua que produce sigue una ley Normal con varianza $\sigma^2 = 0.25 \text{ mm}^2$. Para estimar el diámetro medio de esas tuberías, toma una muestra aleatoria de 64 tubos y comprueba que el diámetro medio de esa muestra es de 20 mm.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, con un nivel del 98%, para la media de los diámetros de los tubos que fabrica.
- b) **(1 punto)** Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esa distribución para que la amplitud de un intervalo de confianza, con ese mismo nivel de confianza, sea inferior a 2 mm.