



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Calcula a sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1-x)} - \frac{ax-1}{x} \right) = \frac{7}{2}$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{-x^3 + 2x - 3}{x^2 - x}$ para $x \neq 0, x \neq 1$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(2, 3 \ln 2)$, donde \ln denota la función logaritmo neperiano.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ c & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Determina a, b y c , sabiendo que $AB = C$ y la matriz A tiene rango 2.

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera el tetraedro de vértices $A(0, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 3)$ y $D(1, 0, 3)$.

- a) Calcula el volumen de dicho tetraedro. **(1 punto)**
- b) Calcula la medida de la altura trazada desde el vértice A de dicho tetraedro. **(1.5 puntos)**



EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Una familia desea acotar una zona rectangular en el jardín de su casa para dedicarla al cultivo ecológico. Para ello dispone de 96 metros de valla, pero necesita dejar una abertura de 4 metros en uno de los laterales para instalar una puerta. Determina las dimensiones de la zona rectangular de área máxima que puede acotarse de esta manera y el valor de dicha área.

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Calcula $\int \ln(x^2 + 2x + 2) dx$ donde \ln denota la función logaritmo neperiano.
(Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = x + 1$).

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Siendo λ un número real, considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

$$\begin{cases} x + \lambda y = 2 \\ 2x + 4y = 1 \\ \lambda x + y = 2\lambda \end{cases}$$

Discútelo según los valores de λ y resuélvelo cuando sea posible.

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(-1, 3, 2)$, $B(2, -1, -1)$ y $C(a - 2, 7, b)$.

- Determina a y b para que los puntos A , B y C estén alineados. **(1.25 puntos)**
 - En el caso $a = b = 1$, halla la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos A , B y C . **(1.25 puntos)**
-