PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$ para $x \neq 1, -1$.

a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f. **(1.25 puntos)**

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Determina la única función derivable $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que cumple que $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$ y $f''(x) = e^x(x+2)$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Determina los valores de m para los que AB no tiene inversa. **(0.75 puntos)**

b) Determina los valores de m para los que BA no tiene inversa. **(0.75 puntos)**

c) Para $m = 0$, resuelve, si es posible, el sistema dado por $BAX = C$ y halla una solución en la que $x+y+z = 0$. **(1 punto)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(t, 2, -1)$, $B(0, 1, 1)$, $C(-1, 0, 2)$ y $D(2, 3, -t-1)$.

a) Calcula el valor o valores de t para que el volumen del tetraedro de vértices A, B, C, D sea 5 unidades cúbicas. **(1.25 puntos)**

b) Para $t = 0$, calcula la distancia del punto A a la recta determinada por los puntos B y C. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tiene un punto crítico en $x = 0$, que su gráfica pasa por $(0, 3)$ y que la recta $y = -2x + 2$ es tangente a dicha gráfica en el punto de abscisa $x = 1$. Calcula a, b, c y d.

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Calcula el valor de $a > 0$ para que el área comprendida entre la parábola $y = 3x^2 - 2ax$ y el eje de abscisas sea 4 unidades cuadradas.

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Sabiendo que una matriz X verifica que $X^3AX = B^2$, halla los posibles valores de su determinante. **(1 punto)**

b) Determina, si existe, una matriz Y que verifique $A^2YB^{-1} = A$. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el punto $A(0, 1, -2)$ y los planos $\pi_1 \equiv 2x - y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 5y - 6z - 4 = 0$.

a) Halla el punto simétrico de A respecto de π_1. **(1.5 puntos)**

b) Determina la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y π_2. **(1 punto)**