



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = e^x(x^2 - 5x + 6)$. Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f y los puntos de inflexión de su gráfica.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Calcula $\int_0^\pi x \operatorname{sen}^2(x) dx$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones dado por $AX = B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ m & 4 & -2 \\ 0 & m+2 & -3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2m \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Discute el sistema según los valores de m . **(1.5 puntos)**
- b) Para $m = -2$, ¿existe alguna solución con $z = 0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1 punto)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y + az = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases}$

- a) Halla a sabiendo que π es paralelo a r . **(1.5 puntos)**
- b) Determina el plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1, 2, 3)$. **(1 punto)**



EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Sea la función derivable $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{2ax-4b} & \text{si } x < 1 \\ 1 - x \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

(\ln denota la función logaritmo neperiano).

- Determina los valores de a y b . **(1.75 puntos)**
- Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$. **(0.75 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x|$ y $g(x) = x^2 - 2$.

- Calcula los puntos de corte de las gráficas de f y g . Esboza el recinto que determinan. **(1 punto)**
- Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

- Halla los valores de λ tales que $|A - \lambda I| = 0$, donde I es la matriz identidad de orden 3. **(1.25 puntos)**
- Para $\lambda = 1$, resuelve el sistema dado por $(A - \lambda I)X = 0$. ¿Existe alguna solución tal que $z = 1$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y + z = 2$ y la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}$.

- Calcula la distancia entre r y π . **(1 punto)**
 - Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r . **(1.5 puntos)**
-