



- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
 - Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
 - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
 - Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

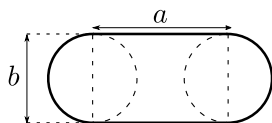
EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea f la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{x - 1} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{ax + b}{(x + 1)^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- Determina a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 2$. **(1,5 puntos)**
- Para $a = 2$ y $b = -1$, estudia la derivabilidad de f . **(1 punto)**

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Se quiere cercar un trozo de terreno como el de la figura, de modo que el área del recinto central rectangular sea de $\frac{200}{\pi}$ metros cuadrados. Sabiendo que el coste de la cerca que se puede poner en los tramos rectos es de 10 euros por metro lineal, y en los tramos circulares de 20 euros por metro lineal, calcula las dimensiones a y b del terreno para las que se minimiza el coste del cercado.



EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x \sin(2x)$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0, 0)$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 1 - x^2$ y $g(x) = 2x^2$.

- Calcula los puntos de corte de las gráficas de f y g . Esboza el recinto que delimitan. **(1,25 puntos)**
- Determina el área del recinto anterior. **(1,25 puntos)**



BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

- Calcula A^{-1} . **(1 punto)**
- Calcula la matriz X de orden tres que verifica $AX + (A - X)^2 = X^2 + I$, siendo I la matriz identidad de orden tres. **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

En un estudio del ciclo del sueño se monitoriza la fase NO-REM (es el momento del sueño que el cuerpo utiliza para descansar físicamente). Esta fase se divide a su vez en tres momentos: Fase I (adormecimiento), Fase II (sueño ligero) y Fase III (sueño profundo). Una persona dedica el 75% de su sueño a la fase NO-REM. Además, el tiempo que dedica a la Fase II es el doble que el de la Fase I y III juntas. Por otro lado, a la Fase III se dedica el cuádruple que a la Fase I. Si una persona ha dormido 8 horas, ¿cuántos minutos dedica a las Fases I, II y III del ciclo del sueño?

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 0, \\ z = 0, \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 1. \end{cases}$

- Determina la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s . **(1,5 puntos)**
- Determina la ecuación del plano que contiene a r y es perpendicular a s . **(1 punto)**

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los planos $\pi_1 \equiv x + y + 2 = 0$ y $\pi_2 \equiv x - z - 1 = 0$, así como la recta $r \equiv \begin{cases} 2x + z = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

- Calcula los puntos de la recta r que equidistan de los planos π_1 y π_2 . **(1,5 puntos)**
- Halla el ángulo que forman los planos π_1 y π_2 . **(1 punto)**