

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Dada la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = a \operatorname{sen}(x) + bx^2 + cx + d$, determina los valores de las constantes a , b , c y d sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto $(0, 4)$ y que la segunda derivada de f es $f''(x) = 3 \operatorname{sen}(x) - 10$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea la función f dada por $f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 0$. Determina la primitiva F de f tal que $F(1) = 1$.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} \lambda x + 2y + 6z = 0 \\ 2x + \lambda y + 4z = 2 \\ 2x + \lambda y + 6z = \lambda - 2 \end{array} \right\}$$

(a) [1'75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro λ .

(b) [0'75 puntos] Resuélvelo para $\lambda = 2$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla el punto simétrico de $P(1, 1, 1)$ respecto de la recta r de ecuación

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ \frac{2}{x+1} & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

Estudia su continuidad y derivabilidad. Determina la función derivada de f .

Ejercicio 2.- Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x + 3$ y $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$.

- [1 punto] Esboza las gráficas de f y g , y halla su punto de corte.
- [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y el eje de ordenadas.

Ejercicio 3.- De la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ se sabe que $\det(A) = 4$. Se pide:

- [1'25 puntos] Halla $\det(-3A^t)$ y $\det \begin{pmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{pmatrix}$. Indica las propiedades que utilizas. (A^t es la matriz traspuesta de A).
- [0'75 puntos] Calcula $\det(A^{-1}A^t)$.
- [0'5 puntos] Si B es una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$, siendo I la matriz identidad, halla $\det(B)$.

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(2, \lambda, \lambda)$, $B(-\lambda, 2, 0)$ y $C(0, \lambda, \lambda - 1)$.

- [1 punto] ¿Existe algún valor de $\lambda \in \mathbb{R}$ para el que los puntos A , B y C estén alineados? Justifica la respuesta.
- [1'5 puntos] Para $\lambda = 1$ halla la ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A , B y C . Calcula la distancia del origen de coordenadas a dicho plano.