

Funciones y sus gráficas

Daniel López Avellaneda

<http://lubrin.org>

IES Mar Serena, Pulpí (Almería)

Marzo de 2006

Índice

- 1 Funciones polinómicas
 - función constante
 - función lineal
 - función afín
 - función cuadrática
- 2 Funciones racionales
 - función de proporcionalidad inversa
 - función racional
- 3 Funciones exponenciales
- 4 Ejemplos

Índice

- 1 **Funciones polinómicas**
 - función constante
 - función lineal
 - función afín
 - función cuadrática
- 2 **Funciones racionales**
 - función de proporcionalidad inversa
 - función racional
- 3 Funciones exponenciales
- 4 Ejemplos

Índice

- 1 Funciones polinómicas
 - función constante
 - función lineal
 - función afín
 - función cuadrática
- 2 Funciones racionales
 - función de proporcionalidad inversa
 - función racional
- 3 Funciones exponenciales
- 4 Ejemplos

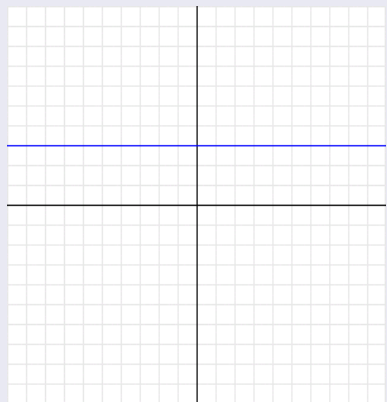
Índice

- 1 Funciones polinómicas
 - función constante
 - función lineal
 - función afín
 - función cuadrática
- 2 Funciones racionales
 - función de proporcionalidad inversa
 - función racional
- 3 Funciones exponenciales
- 4 Ejemplos

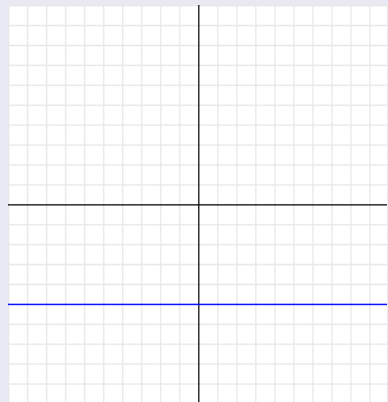
función constante: $y = k$

Su gráfica es una recta horizontal

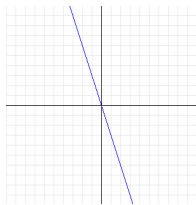
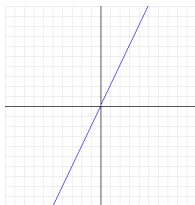
$$y = 3$$



$$y = -5$$



función lineal: $y = a \cdot x$

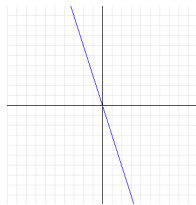
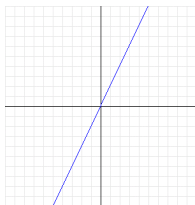


- Su gráfica es una **recta** que pasa por el **Origen de Coordenadas (0,0)**
- Al coeficiente **a** le llamamos **pendiente**
- La inclinación de la recta depende del valor de la pendiente

pendiente positiva inclinación hacia la derecha

pendiente negativa inclinación hacia la izquierda

función lineal: $y = a \cdot x$

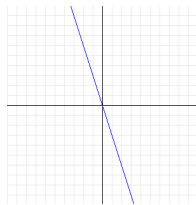
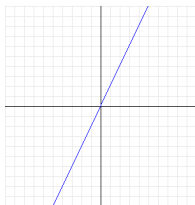


- Su gráfica es una **recta** que pasa por el **Origen de Coordenadas (0,0)**
- Al coeficiente **a** le llamamos **pendiente**
- La inclinación de la recta depende del valor de la pendiente

pendiente positiva inclinación hacia la derecha

pendiente negativa inclinación hacia la izquierda

función lineal: $y = a \cdot x$



- Su gráfica es una **recta** que pasa por el **Origen de Coordenadas (0,0)**
- Al coeficiente **a** le llamamos **pendiente**
- La inclinación de la recta depende del valor de la pendiente

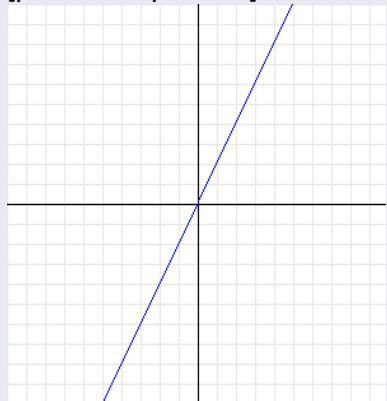
pendiente positiva inclinación hacia la derecha

pendiente negativa inclinación hacia la izquierda

Ejemplos de función lineal

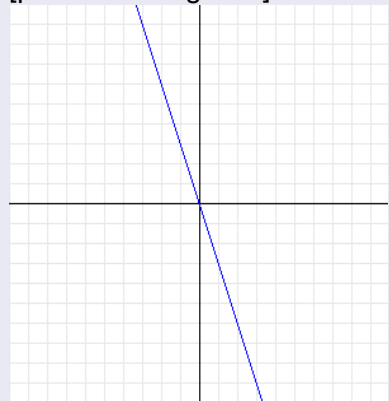
$$y = 2x$$

[pendiente positiva]

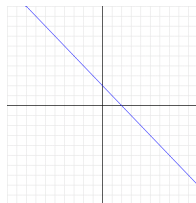
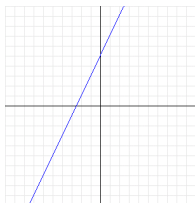


$$y = -3x$$

[pendiente negativa]



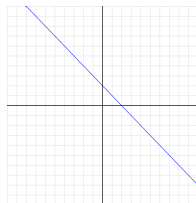
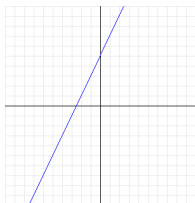
función afín: $y = a \cdot x + b$



- Su gráfica es una **recta** que **NO** pasa por el Origen de Coordenadas (0,0)
- La recta $y = a \cdot x + b$ pasa por el punto (0,b)
- Al coeficiente **a** le llamamos **pendiente**
- La inclinación de la recta depende del valor de la pendiente

pendiente positiva inclinación hacia la derecha

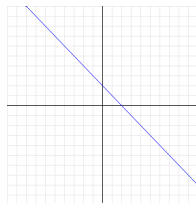
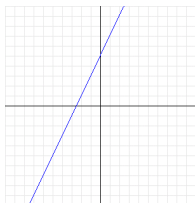
pendiente negativa inclinación hacia la izquierda

función afín: $y = a \cdot x + b$ 

- Su gráfica es una **recta** que **NO** pasa por el Origen de Coordenadas (0,0)
- La recta $y = a \cdot x + b$ pasa por el punto **(0,b)**
- Al coeficiente **a** le llamamos **pendiente**
- La inclinación de la recta depende del valor de la pendiente

pendiente positiva inclinación hacia la derecha

pendiente negativa inclinación hacia la izquierda

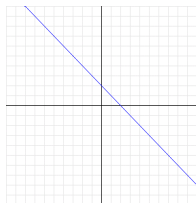
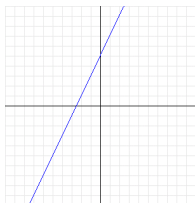
función afín: $y = a \cdot x + b$ 

- Su gráfica es una **recta** que **NO** pasa por el Origen de Coordenadas (0,0)
- La recta $y = a \cdot x + b$ pasa por el punto **(0,b)**
- **Al coeficiente a le llamamos pendiente**
- La inclinación de la recta depende del valor de la pendiente

pendiente positiva inclinación hacia la derecha

pendiente negativa inclinación hacia la izquierda

función afín: $y = a \cdot x + b$



- Su gráfica es una **recta** que **NO** pasa por el Origen de Coordenadas (0,0)
- La recta $y = a \cdot x + b$ pasa por el punto **(0,b)**
- Al coeficiente **a** le llamamos **pendiente**
- La inclinación de la recta depende del valor de la pendiente

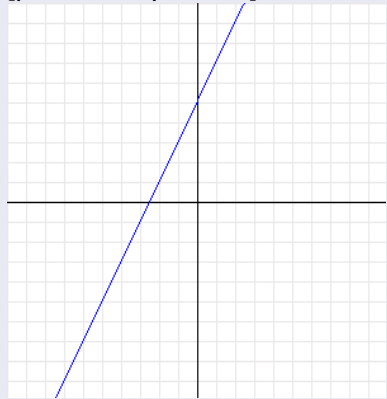
pendiente positiva inclinación hacia la derecha

pendiente negativa inclinación hacia la izquierda

Ejemplos de función afín

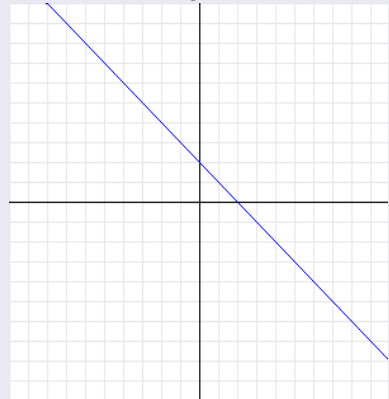
$$y = 2x + 5$$

[pendiente positiva]



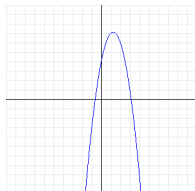
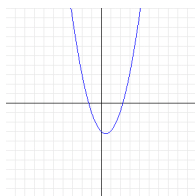
$$y = -x + 2$$

[pendiente negativa]



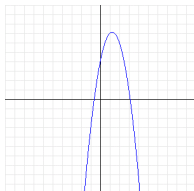
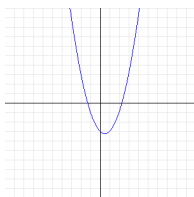
Función cuadrática: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

- Su gráfica es una **parábola**
- Su **vértice** tiene de coordenadas:
 $x = \frac{-b}{2 \cdot a}$; $y = a \cdot \left(\frac{-b}{2 \cdot a}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{-b}{2 \cdot a}\right) + c$
- El coeficiente **a** nos da la orientación:
 - $a > 0 \Rightarrow \cup$
 - $a < 0 \Rightarrow \cap$



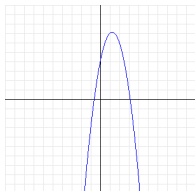
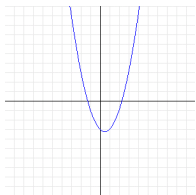
Función cuadrática: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

- Su gráfica es una **parábola**
- Su **vértice** tiene de coordenadas:
 $x = \frac{-b}{2 \cdot a}$; $y = a \cdot \left(\frac{-b}{2 \cdot a}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{-b}{2 \cdot a}\right) + c$
- El coeficiente **a** nos da la orientación:
 - $a > 0 \Rightarrow \cup$
 - $a < 0 \Rightarrow \cap$



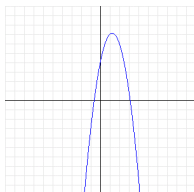
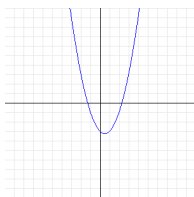
Función cuadrática: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

- Su gráfica es una **parábola**
- Su **vértice** tiene de coordenadas:
 $x = \frac{-b}{2 \cdot a}$; $y = a \cdot \left(\frac{-b}{2 \cdot a}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{-b}{2 \cdot a}\right) + c$
- El coeficiente **a** nos da la orientación:
 - $a > 0 \Rightarrow \cup$
 - $a < 0 \Rightarrow \cap$



Función cuadrática: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

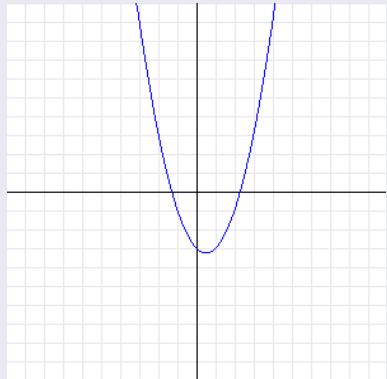
- Su gráfica es una **parábola**
- Su **vértice** tiene de coordenadas:
 $x = \frac{-b}{2 \cdot a}$; $y = a \cdot \left(\frac{-b}{2 \cdot a}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{-b}{2 \cdot a}\right) + c$
- El coeficiente **a** nos da la orientación:
 - $a > 0 \Rightarrow \cup$
 - $a < 0 \Rightarrow \cap$



Ejemplos de función cuadrática

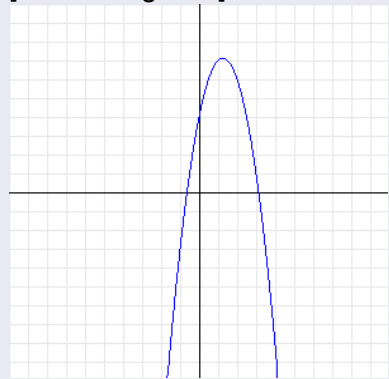
$$y = x^2 - x - 3$$

[a = 1 positivo]



$$y = -2x^2 + 5x - 4$$

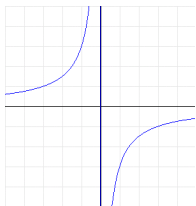
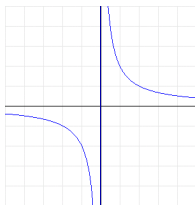
[a = -2 negativo]



función de proporcionalidad inversa: $y = \frac{k}{x}$

- Su gráfica es una **hipérbola**
- Su **asíntotas** son los **ejes de coordenadas**
 Asíntota horizontal: $y = 0$
 Asíntota vertical: $x = 0$
- El coeficiente **k** nos da los cuadrantes donde está situada:

- $k > 0 \Rightarrow$
- $k < 0 \Rightarrow$

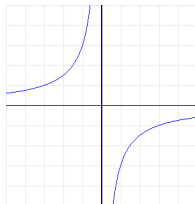
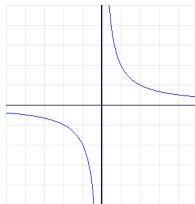


función de proporcionalidad inversa: $y = \frac{k}{x}$

- Su gráfica es una **hipérbola**
- Su **asíntotas** son los **ejes de coordenadas**
Asíntota horizontal: $y = 0$
Asíntota vertical: $x = 0$
- El coeficiente **k** nos da los cuadrantes donde está situada:

• $k > 0 \Rightarrow$

• $k < 0 \Rightarrow$



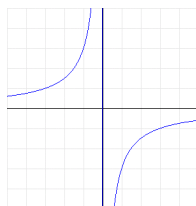
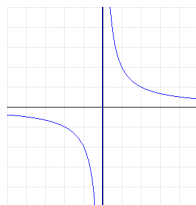
función de proporcionalidad inversa: $y = \frac{k}{x}$

- Su gráfica es una **hipérbola**
- Su **asíntotas** son los **ejes de coordenadas**
 Asíntota horizontal: $y = 0$
 Asíntota vertical: $x = 0$
- El coeficiente **k** nos da los cuadrantes donde está situada:

- $k > 0 \Rightarrow$

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
- $k < 0 \Rightarrow$

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



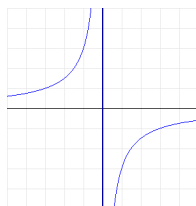
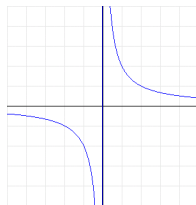
función de proporcionalidad inversa: $y = \frac{k}{x}$

- Su gráfica es una **hipérbola**
- Su **asíntotas** son los **ejes de coordenadas**
 Asíntota horizontal: $y = 0$
 Asíntota vertical: $x = 0$
- El coeficiente **k** nos da los cuadrantes donde está situada:

- $k > 0 \Rightarrow$

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
- $k < 0 \Rightarrow$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

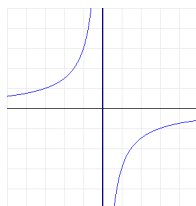
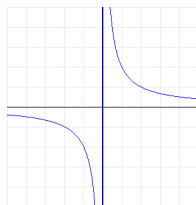


función de proporcionalidad inversa: $y = \frac{k}{x}$

- Su gráfica es una **hipérbola**
- Su **asíntotas** son los **ejes de coordenadas**
 Asíntota horizontal: $y = 0$
 Asíntota vertical: $x = 0$
- El coeficiente **k** nos da los cuadrantes donde está situada:

- $k > 0 \Rightarrow$

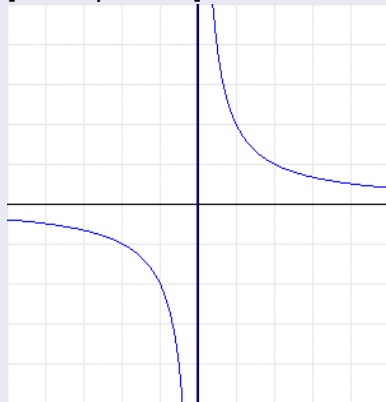
- $k < 0 \Rightarrow$



Ejemplos de función de proporcionalidad inversa

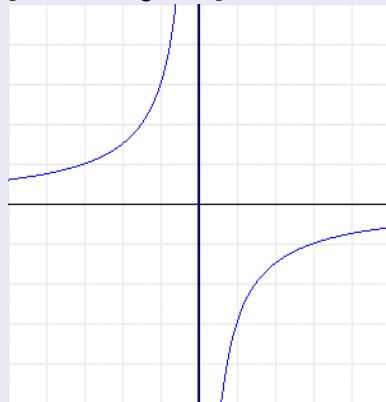
$$y = \frac{2}{x}$$

[k = 2 positivo]



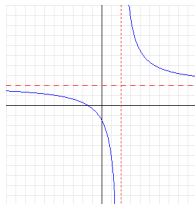
$$y = \frac{-3}{x}$$

[k = -3 negativo]



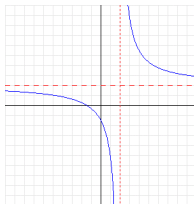
función racional: $y = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}$

- Su gráfica es una **hipérbola**
- Su **asíntotas** son:
 Asíntota horizontal: $y = \frac{a}{c}$
 Asíntota vertical: $x = \frac{-d}{c}$



función racional: $y = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}$

- Su gráfica es una **hipérbola**
- Su **asíntotas** son:
 Asíntota horizontal: $y = \frac{a}{c}$
 Asíntota vertical: $x = \frac{-d}{c}$



Ejemplos de función racional

Calculamos las asíntotas

Asíntota *horizontal*

$$y = \frac{a}{c}$$

En nuestro caso:

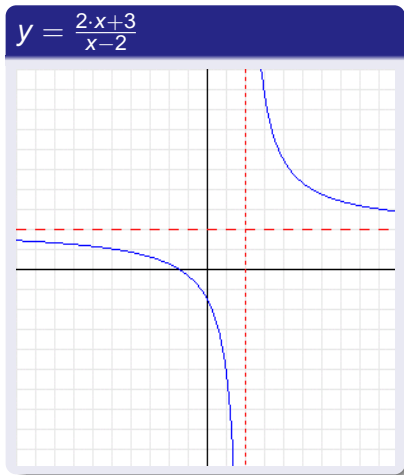
$$y = \frac{2}{1} \Rightarrow \mathbf{y = 2}$$

Asíntota *vertical*

$$x = \frac{-d}{c}$$

En nuestro caso:

$$x = \frac{-(-2)}{1} \Rightarrow \mathbf{x = 2}$$

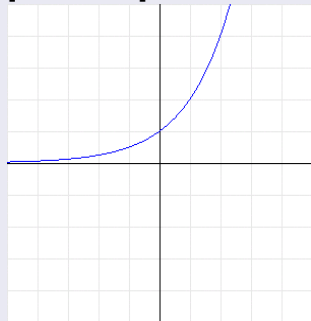


función exponencial: $y = a^x$ [con $a > 0$]

- Pasan por el **(0,1)** y tienen asíntota horizontal en **$y = 0$**
- Según el valor de **a** , la gráfica variará (ver ejemplos)

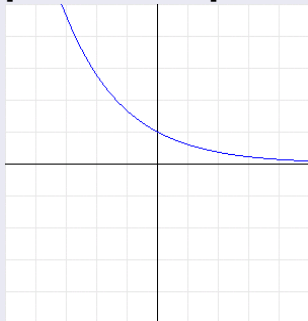
$$y = 2^x$$

$$[a = 2 > 1]$$



$$y = 0.6^x$$

$$[0 < a = 0.6 < 1]$$



Ejemplos

<i>función constante</i>	$y = 2$	$y = -4$	$y = 5$
<i>función lineal</i>	$y = 5 \cdot x$	$y = -6 \cdot x$	$y = -x$
<i>función afín</i>	$y = 4 \cdot x + 3$	$y = -2 \cdot x + 1$	$y = 5 \cdot x + 3$
<i>función cuadrática</i>	$y = x^2 - 5x + 6$	$y = -2x^2 + 8$	$y = 4x^2 - 5x$
<i>f. de prop. inversa</i>	$y = \frac{1}{x}$	$y = \frac{-2}{x}$	$y = \frac{6}{x}$
<i>función racional</i>	$y = \frac{3x-1}{2x+6}$	$y = \frac{x+1}{3x-3}$	$y = \frac{1}{2x+4}$
<i>función exponencial</i>	$y = 2^x$	$y = 0.5^x$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$