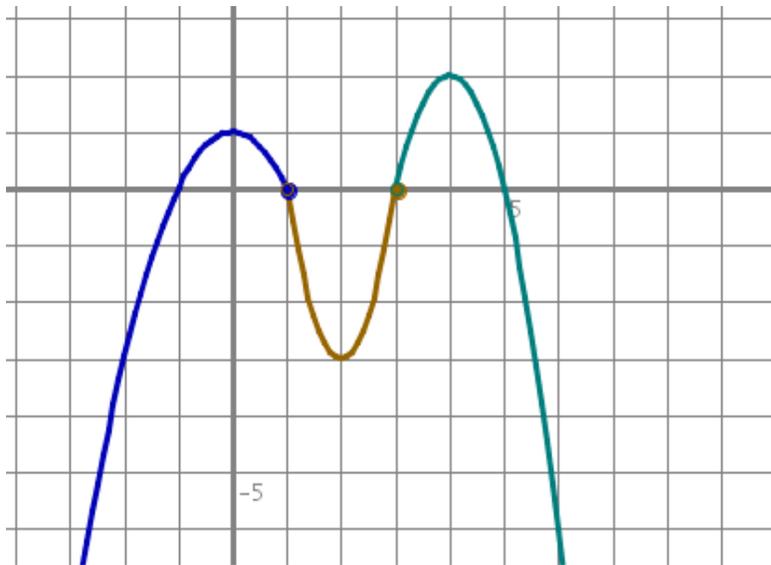


Matemáticas en Secundaria con Software Libre

Daniel López Avellaneda

dani@lubrin.org



Gráficas de Funciones

Manual para el curso organizado por:

CEP Indalo

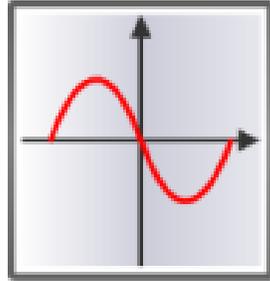
<http://aula.cepindalo.es>

Marzo - Mayo 2009

Índice general

1. Aplicaciones para dibujar gráficas	3
2. KmPlot	4
2.1. Descripción	4
2.2. Instalación	5
2.3. Manual de uso	6
2.3.1. Introduciendo funciones	7
2.3.1.1. Desde el cuadro de edición	7
2.3.1.2. Nuevo gráfico de función	8
2.3.1.3. Funciones con parámetro	9
2.3.1.4. Funciones en coordenadas paramétricas	11
2.3.1.5. Funciones en coordenadas polares	12
2.3.2. Acciones con funciones	13
2.3.2.1. Editar funciones	13
2.3.2.2. Combinar funciones	14
2.3.2.3. Recorrer funciones	14
2.3.2.4. Calcular valores	15
2.3.3. Exportar gráficas como imagen	16
2.3.4. Referencia de Menús	17
2.3.4.1. <i>Menú Archivo</i>	17
2.3.4.2. <i>Menú Editar</i>	17
2.3.4.3. <i>Menú Dibujar</i>	17
2.3.4.4. <i>Menú Ampliación</i>	17
2.3.4.5. <i>Menú Herramientas</i>	18
2.3.4.6. <i>Menú Preferencias</i>	18
2.3.4.7. <i>Menú Ayuda</i>	18
2.4. Configuración	19
2.4.1. Configuración general	19
2.4.2. Configuración de colores	19
2.4.3. Configuración de los ejes de coordenadas	20
2.4.4. Configuración de la escala	20
2.4.5. Configuración de las fuentes	21
3. Recursos online	22
3.1. Introducción	22
3.2. Gráficas online	22
3.2.1. Ejemplo 1	22
3.2.2. Ejemplo 2	23
3.2.3. Ejemplo 3	24
3.2.4. Ejemplo 4: Funciones a trozos	25
3.3. Otros Recursos	27

3.3.0.1. Funciones con JClic	27
3.3.0.2. Presentación sobre funciones	28



Capítulo 1

Aplicaciones para dibujar gráficas

Existen muchos programas (dentro del software libre) para dibujar gráficas.

Entre todos los programas, podemos destacar algunos: El propio GeoGebra (tratado en este curso), WxMaxima (que también será tratado en este curso) y el programa **KmPlot** (tratado en profundidad en el presente manual).

KmPlot, que se aborda en el siguiente capítulo, es un programa para LiNuX y todo lo referente a la instalación del mismo vale para cualquier distribución de LiNuX. No obstante existe un proyecto para usar KmPlot en Windows: <http://windows.kde.org/>

Es conveniente que instale y use KmPlot, aunque para realizar las tareas del curso puede usar cualquier programa de gráficos (incluso aunque no haya sido tratado durante el curso).

Capítulo 2

KmPlot

2.1 Descripción

KmPlot: *Aplicación de representación gráfica de funciones matemáticas.*

Web: <http://edu.kde.org/kmplot/>

KmPlot es *software libre* con [Licencia Pública General GNU](#) versión 2.



Con KmPlot podemos dibujar gráficas de funciones matemáticas con las siguientes características:

- Puede trazar diferentes funciones de forma simultánea y combinar sus elementos para construir nuevas funciones.
- Admite funciones con parámetros y funciones con coordenadas polares.
- Tiene varios modos de cuadrícula disponibles.
- Los trazados se pueden imprimir de forma muy precisa y correctamente escalados
- Se pueden grabar las gráficas en varios formatos: PNG, SVG y BMP.
- Guarda los archivos en formato xml.

Además es posible:

- Rellenar y calcular el área entre el gráfico y el primer eje.
- Encontrar los valores máximo y mínimo de una función en un intervalo.
- Cambiar parámetros de la función dinámicamente.
- Dibujar la derivada y la integral de una función dada.
- Manejar el programa desde consola o mediante script.

2.2 Instalación

Centros TIC: ya se encuentra instalado

NO TIC: para instalarlo en un Centro no TIC, en casa, etc, seguiremos estas instrucciones:

```
$ sudo apt-get install kmplot &
```

Alternativamente se puede instalar a golpe de clic de ratón:

Menús *Aplicaciones* ▷ *Añadir programas*

Elegimos la categoría Educación (*Eduainment*) y pulsamos sobre el triangulito ▷ *Mas programas...* para que se despliegue la lista completa.



Buscamos KmPlot y lo marcamos.

Pulsamos Aplicar.

Pienso que es más fácil y rápido instalar tecleando en terminal (`apt-get install programa`) cuando se conoce el nombre del programa.

La opción *Añadir programas* (de forma gráfica) resulta útil cuando no conocemos el nombre del programa, pues nos presenta una lista de los programas más usados junto con una descripción de cada uno.

2.3 Manual de uso

Iniciaremos el programa KmPlot mediante el Menú:

Aplicaciones ▷ **Educación Centros TIC** ▷ **Matemáticas** ▷ **KmPlot**

Opcionalmente podemos iniciar KmPlot desde terminal:

```
$ kmplot &
```

De cualquier forma obtendremos una ventana similar a la siguiente imagen:



En principio vemos una ventana normal como la mayoría de programas, con su barra de título, barra de menús, barra de iconos (barra de herramientas), zona central o de gráficas y barra de estado.

Quizás llama la atención que al pasar el cursor por la zona de gráficas es acompañado por dos rectas perpendiculares que indican las coordenadas del punto por el que vamos pasando (podemos ver las coordenadas abajo, en la barra de estado).

Dibujando una función simple: antes de ver las diferentes opciones y posibilidades que ofrece kmplot, veamos rápidamente cómo dibuja una gráfica. Teclee en el *cuadro de edición*:

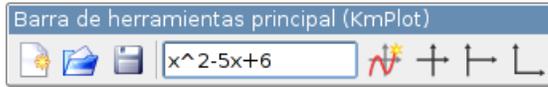
$$x^2 - 5x + 6$$

y pulse <ENTER>. Verá la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 5x + 6$

2.3.1 Introduciendo funciones

2.3.1.1 Desde el cuadro de edición

La manera más rápida de introducir una función es mediante el *cuadro de edición*.



La sintaxis a usar es la siguiente:

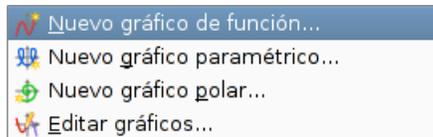
	<i>Sintaxis</i>	<i>Ejemplo</i>	<i>Función</i>
signos de operación	$+, -, *, /$	$3*x+3$	$f(x) = 3x + 3$
exponentes	\wedge	x^3+2x^2	$f(x) = x^3 + 2x^2$
raíz cuadrada	sqrt	$\text{sqrt}(2x+1)$	$f(x) = \sqrt{2x + 1}$
función exponencial	exp	$\text{exp}(2x)$	$f(x) = e^{2x}$
funciones logarítmicas	log, ln	$\text{log}(x+5)$	$f(x) = \lg(x + 5)$
funciones trigonométricas	sin, cos, tan	$\text{sin}(x)$	$f(x) = \sin(x)$
inversas	arcsin, arccos, arctan		
hiperbólicas	sinh, cosh, tanh		
hiperbólicas inversas	arcsinh, arccosh, arctanh		
constantes	pi, e	$2x+\text{pi}$	$f(x) = 2x + \pi$

- Nótese que la expresión ' $3*x$ ' se puede poner también como ' $3x$ ' (kmplot lo entenderá como producto)
- Además de las constantes predefinidas, podemos definir nuevas constantes
- El argumento de las funciones trigonométricas es en **radianes**.

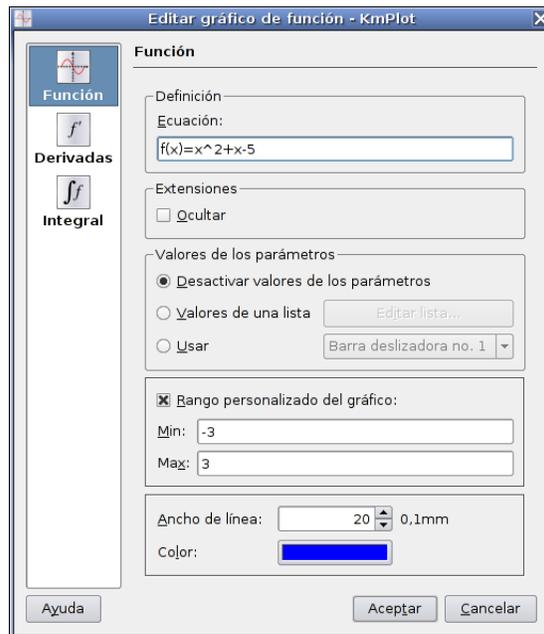
2.3.1.2 Nuevo gráfico de función

Otra forma de introducir una función, en la que podemos especificar varias opciones (color, grosor de línea, etc.) es mediante el icono  'Nuevo gráfico de función'.

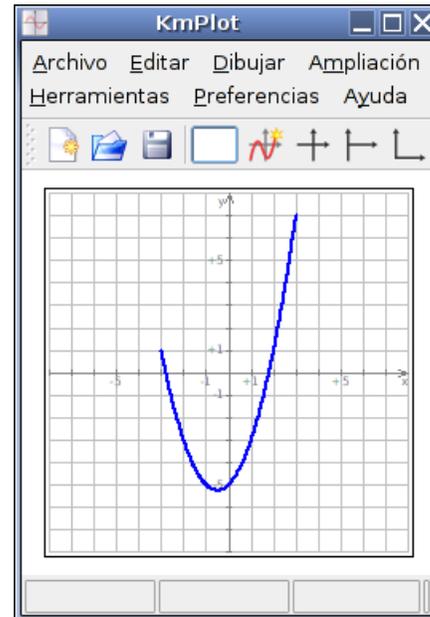
Alternativamente se puede acceder desde el Menú: **Dibujar** ▷ **Nuevo gráfico de función**.



De ambas formas accederemos a la siguiente pantalla, que completamos con un ejemplo:



Como resultado obtenemos la gráfica:



Se han completado los campos:

- **Ecuación:** x^2+x-5
- **Rango personalizado del gráfico:** entre -3 y 3. Es el dominio de la función. Si no se indica, kmplot lo entenderá como todo \mathbb{R} .
- **Ancho de línea:** $20 \times 0.1 \text{ mm} = 2 \text{ mm}$
- **Color:** haciendo clic se puede elegir cualquier color

Otras opciones que no hemos usado son:

- **Ocultar:** guarda la función pero no la dibuja
- **Valores de los parámetros:** es posible introducir funciones con un parámetro. Los diferentes valores del parámetro los podemos incluir mediante '**Valores de una lista**' o usando una **barra deslizadora** (para poderlos cambiar dinámicamente). Mas información en el apartado 2.3.1.3 de la página 9
- **Derivadas:** permite dibujar la primera y segunda derivada de la función.
- **Integral:** dibuja la función integral de la función dada

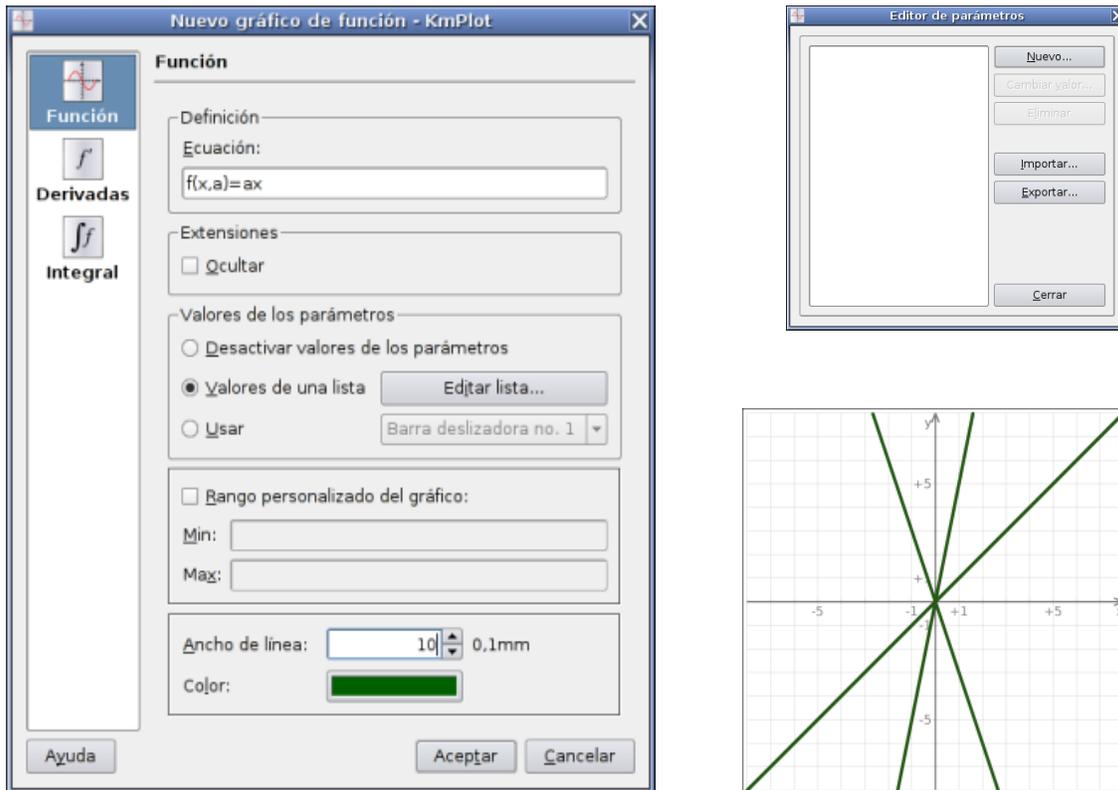
2.3.1.3 Funciones con parámetro

Se puede introducir un parámetro en la definición de una función. Por ejemplo la función $f(x) = x^2 + ax + 3$ contiene el parámetro 'a'. El objetivo es que podamos 'variar' dicho parámetro, es decir, darle distintos valores, para ver como cambia la gráfica según esos valores.

KmPlot permite un sólo parámetro. Para introducir una función con parámetro lo haremos mediante 'Nuevo gráfico de función' y teniendo en cuenta que:

- Expresaremos la función de la forma $f(x, a) = \text{expres.}$ Por ejemplo: $f(x, a) = 2x + a$
- Decidiremos entre una de las siguientes formas de 'variar' el parámetro:
 - Una lista de valores predefinidos
 - Una barra deslizador para variarlo dinámicamente

Veamos un ejemplo:



Observe que la función es $f(x) = a * x$, en lugar de $f(x) = ax$ (como aparece en la imagen), pues en este caso, al no tratarse de un número, KmPlot necesita que le indiquemos el producto con '*'.

Ecuación: $f(x, a) = a * x$

Valores de los parámetros: Valores de una lista

Pulsando sobre **Editar lista**, podemos introducir los valores del parámetro. Nos dibujará una gráfica por cada valor del parámetro.

Pulsamos sobre **Nuevo...**, para ir añadiendo parámetros.

Si introducimos, por ejemplo los valores -3, 1 y 5, nos dibujará una gráfica por cada valor.

En la ventana editor de parámetros, hay dos botones: Exportar e importar que se usan para:

- **Exportar:** La lista de valores introducidos la guarda en un fichero de texto plano.
- **Importar:** Podemos insertar una lista de valores que tengamos almacenada en un fichero de texto plano¹. Debemos incluir un valor por línea.

Otra opción para 'variar' los parámetros es usar las **barras de deslizamiento**. Entonces nos aparecerá una barra de deslizamiento con la que variaremos el parámetro dinámicamente. No tendremos ya varias gráficas, sino una sola gráfica que se irá moviendo conforme actuamos sobre la barra deslizadora.

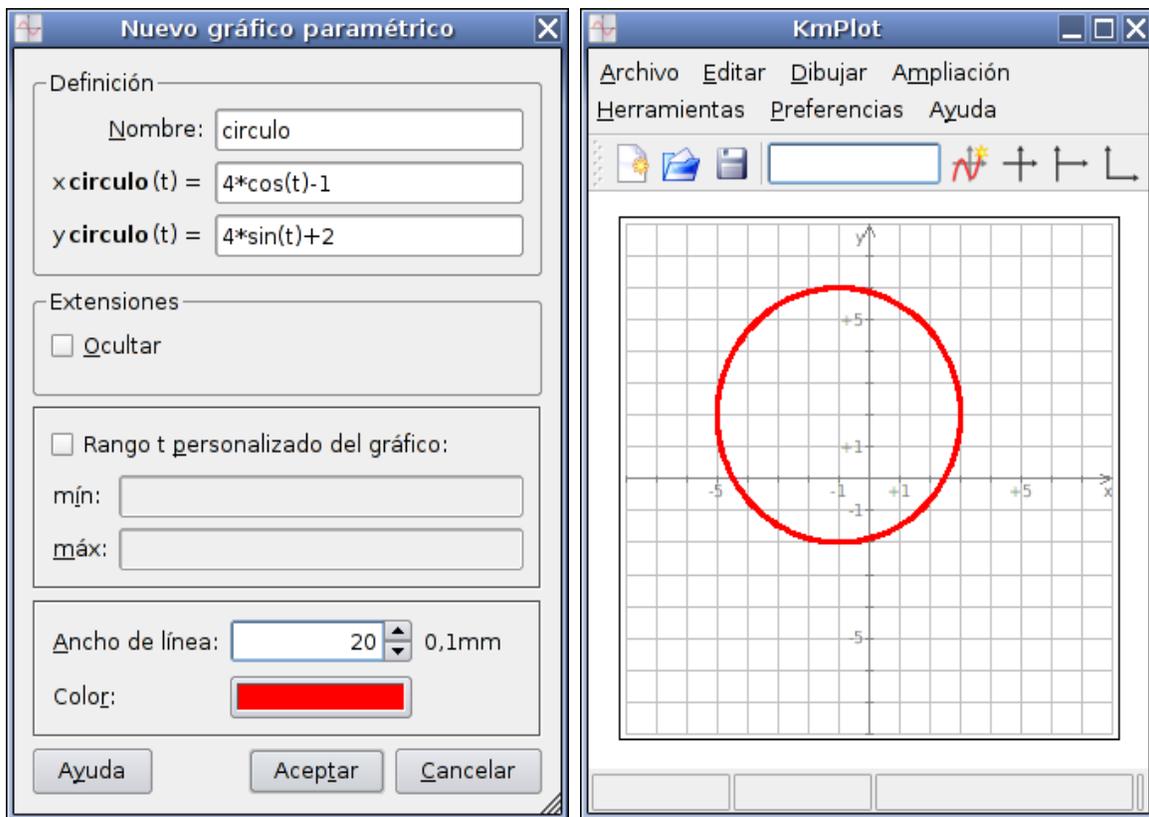
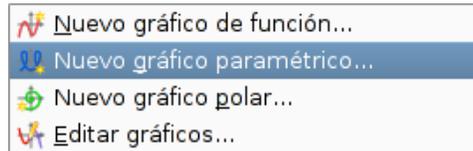


- Las barras deslizadoras toman valores de 0-100, por lo que no podemos dar valores negativos al parámetro.
- Una barra deslizadora está asociada a una función. Existen cuatro barras, lo que nos permite usar varias barras simultáneamente (una para cada función).

¹Los ficheros de texto plano se generan con un editor de textos (gedit por ejemplo), mientras que los ficheros de texto con formato (negritas, cursivas, etc.) se generan con un procesador de textos (Open Office por ejemplo)

2.3.1.4 Funciones en coordenadas paramétricas

Hasta ahora hemos introducido funciones de forma explícita usando expresiones como $f(x) = 2x - 1$, o sencillamente $2x - 1$. También es posible introducir funciones con coordenadas paramétricas. Para ello usaremos el Menú: **Dibujar** \triangleright **Nuevo gráfico paramétrico..**



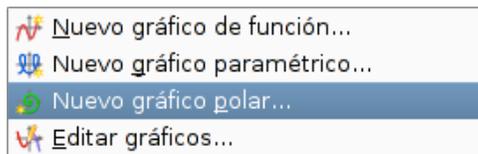
nombre: ponemos un nombre para la función (si lo dejamos en blanco se asignará un nombre por defecto)

xfunc(t): una expresión usando el parámetro t para la primera coordenada

yfunc(t): una expresión usando el parámetro t para la segunda coordenada

2.3.1.5 Funciones en coordenadas polares

Usaremos el Menú: **Dibujar** ▷ **Nuevo gráfico polar..**

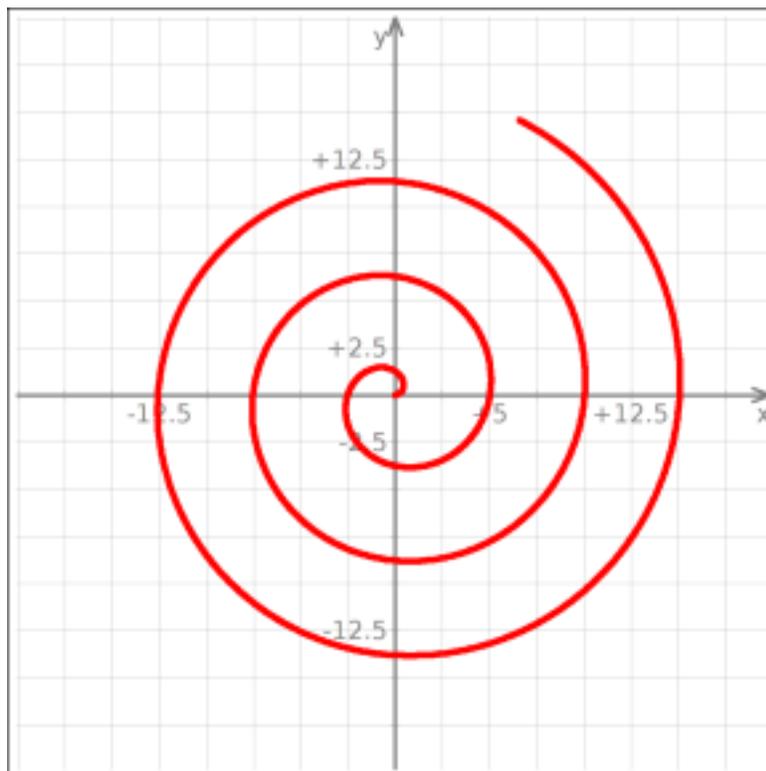
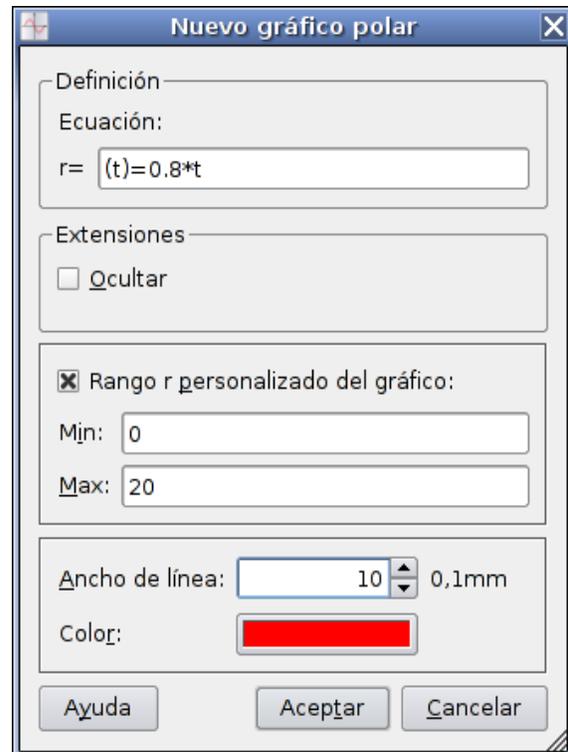


En la ecuación 't' representa el ángulo.

La expresión $r(t)=2*\sin(t)+3$ significa:

$$r(\theta) = 2\sin(\theta) + 3$$

En el ejemplo dibujamos una *Espiral de Arquímedes*.

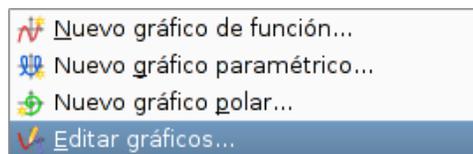


2.3.2 Acciones con funciones

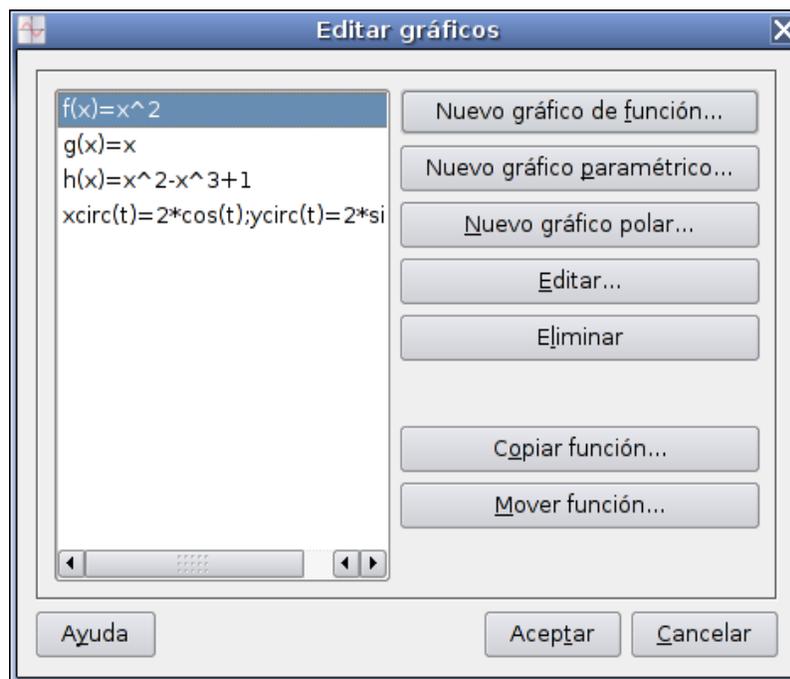
En este apartado reflejaremos todas las acciones que podemos realizar con funciones ya introducidas en KmPlot.

2.3.2.1 Editar funciones

Editando una función podemos modificar todas las características introducidas: ecuación, color y tamaño de la gráfica, dominio, etc. Con rigor matemático, el título debería ser '*Editar gráficos*', puesto que podemos introducir gráficos que no sean funciones. Para editar un gráfico usaremos el menú:



En la siguiente pantalla debemos seleccionar el gráfico, antes de pulsar **Editar**.



Para usar las opciones **Copiar función...** y **Mover función...** deberemos tener más de una instancia de KmPlot, es decir, disponer de varios KmPlot abiertos para poder copiar y mover funciones de uno a otro.

2.3.2.2 Combinar funciones

Es posible crear una nueva función basándonos en funciones ya introducidas. Por ejemplo:

$$h(x) = f(x) + 2g(x)$$

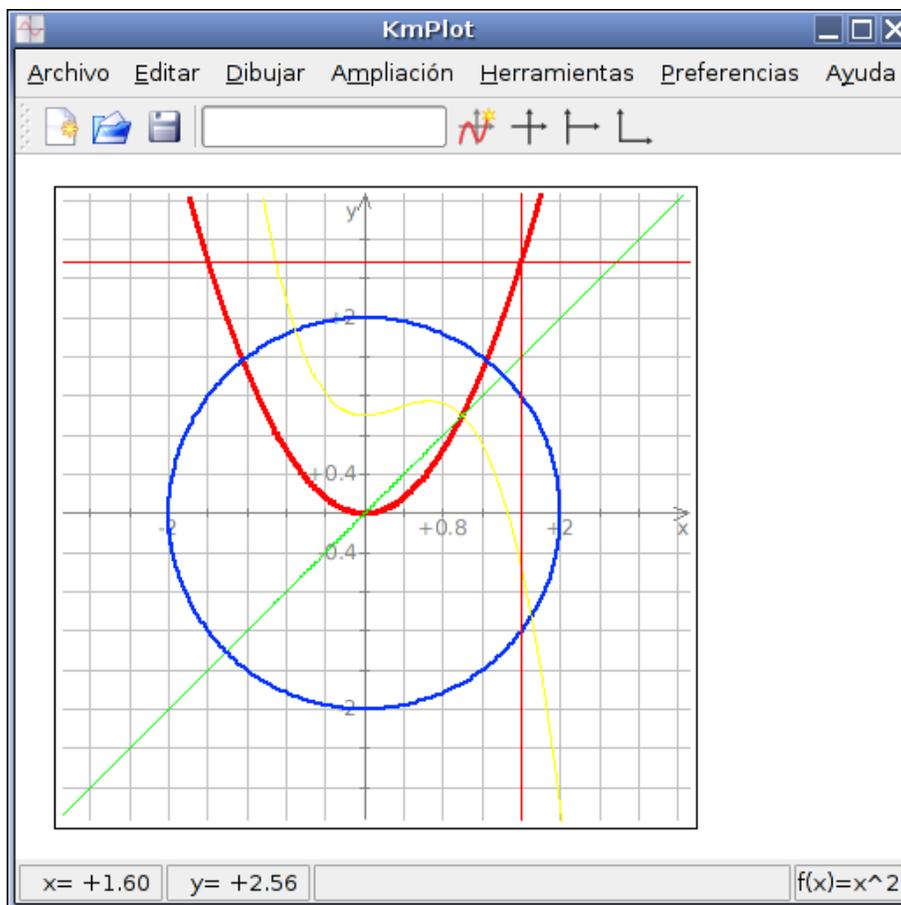
Hemos creado la nueva función $h(x)$ usando las que ya teníamos: $f(x)$ y $g(x)$.

La única restricción para combinar funciones es que tienen que estar expresadas de la misma forma. No podemos combinar una función en paramétricas con otra en polares.

2.3.2.3 Recorrer funciones

Cuando pasamos el cursor sobre una gráfica, se convierte en (**cursor de cruz**) dos rectas perpendiculares que se cruzan en la posición del cursor. Eso nos facilita ver sobre los ejes una aproximación de las coordenadas del punto sobre el que estamos. Para ver las coordenadas exactas podemos mirar abajo, en la barra de estado.

Si hacemos clic sobre una de las gráficas (no hace falta pulsar exactamente sobre la curva, pulsando sobre las cercanías, ya vale) el cursor de cruz toma el color de la gráfica y al desplazarnos va recorriendo la función. En la barra de estado aparece, además de las coordenadas del punto, la ecuación de la función (abajo derecha).

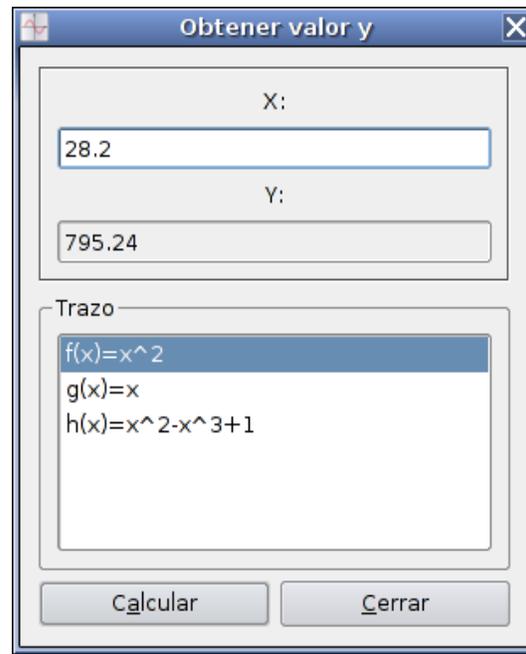
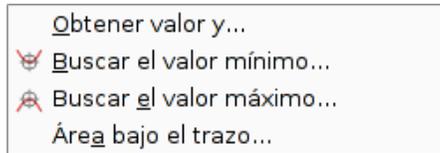


Para dejar de recorrer la función basta con hacer clic. También es posible cambiar de función mediante las teclas \rightarrow y \leftarrow (o recorrer la función con \downarrow y \uparrow).

No se pueden recorrer funciones en coordenadas paramétricas o polares.

2.3.2.4 Calcular valores

KmPlot permite calcular algunos valores de una función mediante el menú **Herramientas**:



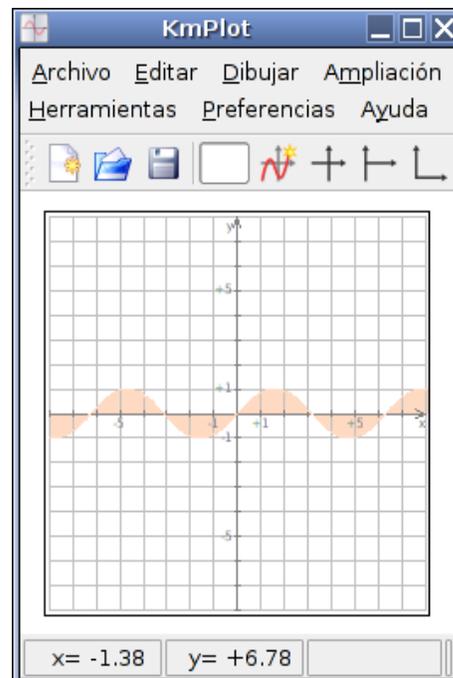
Obtener valor y ... Nos permite calcular la imagen (valor y) de cualquier valor x .

Debemos elegir la función (en caso de tener más de una).

No lo calcula en gráficas en coordenadas paramétricas o polares.

Buscar el valor mínimo y el valor máximo Estos valores no son absolutos, sino relativos a la parte de la gráfica que tenemos en pantalla. Si queremos que los calcule en un intervalo más amplio, necesitaríamos usar el zoom previamente. Es decir, si en la gráfica el eje X está entre -10 y 10 , KmPlot puede calcular el máximo o mínimo de cualquier intervalo incluido en $[-10, 10]$.

Área bajo el trazo Calcula y dibuja el área comprendida entre la función y el eje X . Tampoco es área total, sino relativa a la parte visible de la gráfica o al intervalo que le introduzcamos.



2.3.3 Exportar gráficas como imagen

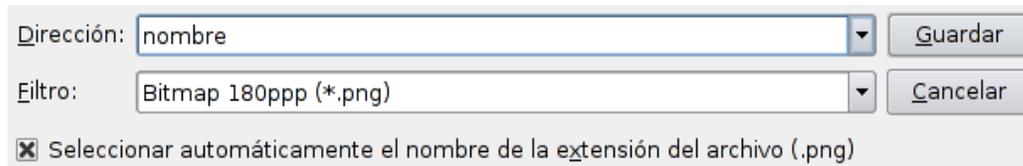
Una de las opciones más interesantes (no incluida en versiones anteriores de KmPlot) es la posibilidad de guardar nuestras gráficas en varios formatos: BMP, SVG y PNG.

A nivel matemático el que más nos interesa es PNG. Una vez guardada la gráfica como `fichero.png`, podemos insertarla en un documento, en una página web, enviarla por correo, redimensionarla con un programa gráfico, etc.

Debemos saber, antes de nada, que también existe la posibilidad de capturar la ventana de KmPlot, pero la calidad es mucho menor. KmPlot exporta la `imagen.png` con mucha resolución y gran tamaño, por lo que a veces se hace necesario redimensionar la `imagen.png` (hacerla más pequeña) antes de insertarla en nuestros documentos o webs.

Vimos cómo hacerlo en el tema de introducción (tema 0).

Para guardar las gráficas de la pantalla de KmPlot usaremos el Menú: **Archivo > Exportar..**

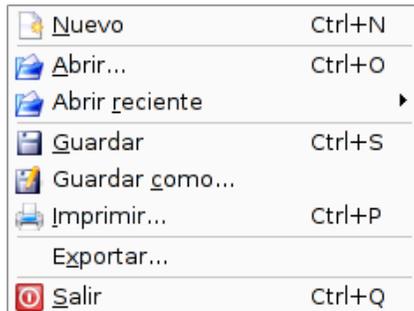


Una vez seleccionada la carpeta adecuada (para guardar la imagen), seleccionamos el filtro: PNG, BMP o SVG. Por último elegimos un nombre para la imagen.

Si tenemos marcada la casilla: '*Seleccionar automáticamente el nombre de la extensión del archivo*' no necesitamos poner la extensión (en caso contrario si debemos ponerla)

2.3.4 Referencia de Menús

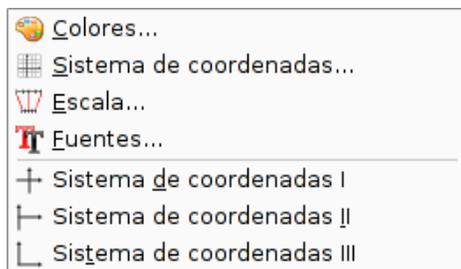
2.3.4.1 Menú Archivo



Las clásicas opciones, de las que merece destacar:

- **Guardar o guardar como.** Los ficheros son guardados con extensión ***.fkt** que no es una extensión propietaria de KmPlot, sino que en realidad los guarda en formato ***.xml** (lo único que hace es cambiar xml por fkt).
- **Exportar.** Visto en el apartado [2.3.3](#)

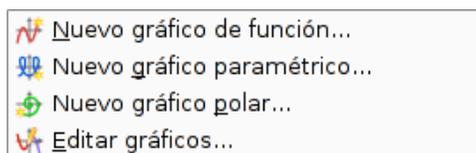
2.3.4.2 Menú Editar



- *Colores:* apartado [2.4.2](#)
- *Sistema de coordenadas:* apartado [2.4.3](#)
- *Escala:* apartado [2.4.4](#)
- *Fuentes:* apartado [2.4.5](#)

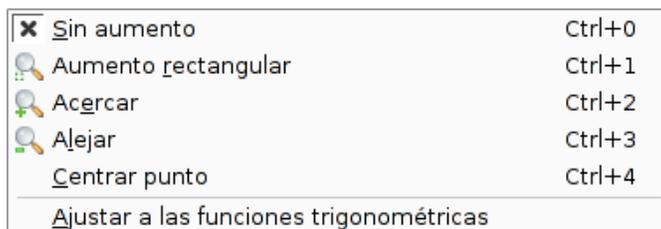
Las tres últimas opciones seleccionan un sistema de coordenadas entre los 3 disponibles.

2.3.4.3 Menú Dibujar



- *Nuevo gráfico de función:* apartado [2.3.1.2](#)
- *Nuevo gráfico paramétrico:* apartado [2.3.1.4](#)
- *Nuevo gráfico polar:* apartado [2.3.1.5](#)
- *Editar gráficos:* apartado [2.3.2.1](#)

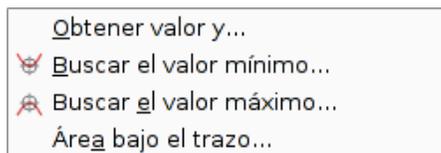
2.3.4.4 Menú Ampliación



- *Sin aumento:* pasa el cursor al normal

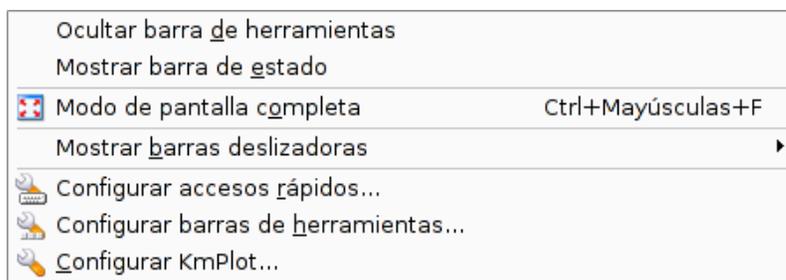
- *Aumento rectangular*: aumenta sólo la zona que encerremos en un rectángulo
- *Acercar y Alejar*: aumenta o disminuye según el porcentaje fijado en 2.4.1
- *Centrar punto*: centra la gráfica en el punto en el que hagamos clic
- *Ajustar a las funciones trigonométricas*: adapta la escala a las funciones trigonométricas (funciona para grados y para radianes)

2.3.4.5 Menú Herramientas



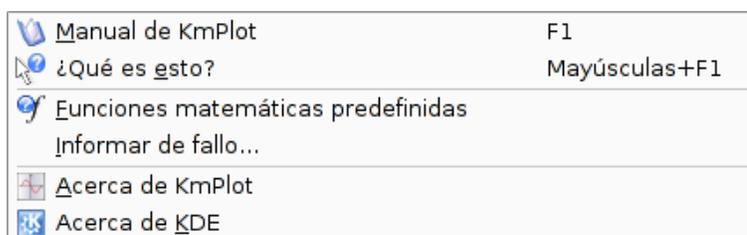
Ver apartado 2.3.2.4

2.3.4.6 Menú Preferencias



- Tenemos opciones de *ocultar o mostrar elementos*
- *Opción de pantalla completa*
- *Configurar accesos rápidos* (teclas especiales para las opciones de los menús)
- *Barra de herramientas* (añadir o quitar botones)
- *Configuración de KmPlot*: apartado 2.4.1

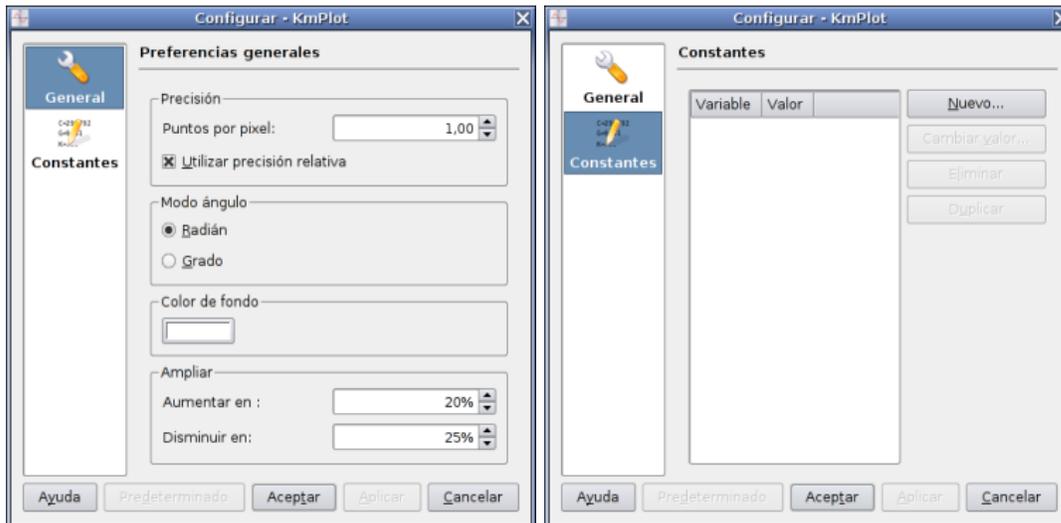
2.3.4.7 Menú Ayuda



Si no tenemos instalado gran parte de entorno KDE (en Guadalinex usamos GNOME), el menú 'Manual de KmPlot' puede no funcionar. De todas formas no nos perdemos nada, ya que este manual es el mismo que hay en <http://docs.kde.org/development/en/kdeedu/kmplot/>

2.4 Configuración

2.4.1 Configuración general

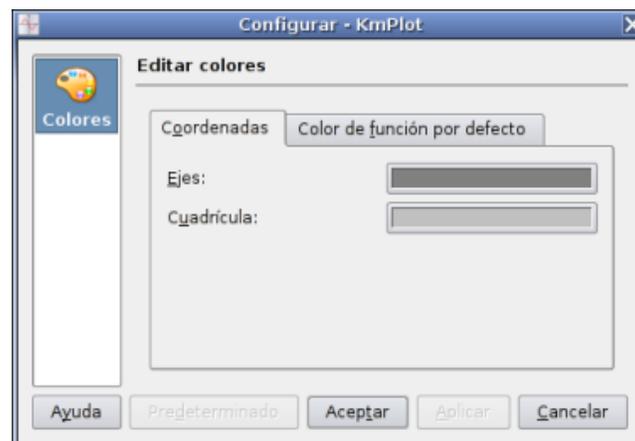


Mediante la configuración general (Menú **Preferencias** \triangleright **Configurar KmPlot..**) podemos definir algunas opciones como precisión, medida de ángulos, color de fondo y porcentaje que aumenta o disminuye al hacer zoom.

La pestaña constantes nos permite definir nuestras propias constantes que se sumarán a las que ya posee el sistema: e y π

2.4.2 Configuración de colores

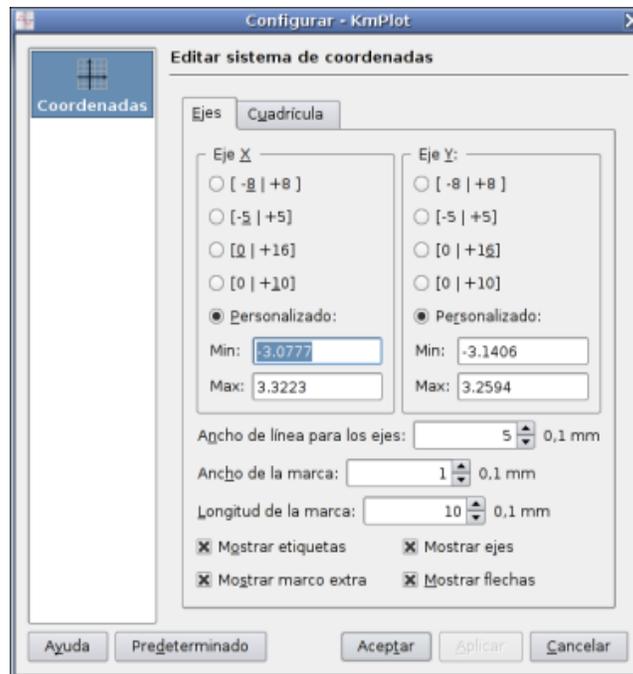
Mediante el Menú **Editar** \triangleright **Colores..** podemos cambiar los colores de los ejes y de la cuadrícula, así como los colores que KmPlot asigna por defecto a las funciones



2.4.3 Configuración de los ejes de coordenadas

Mediante el Menú **Editar** ▷ **Sistema de coordenadas..** podemos elegir un rango para los ejes entre los propuestos o crear uno personalizado. En este último caso, además de números, valdrían las constantes predefinidas (incluido las definidas por nosotros), e incluso expresiones del tipo $f(a)$ donde f es una función introducida y a un número.

Además, podemos configurar la rejilla o cuadrícula a una de las cuatro opciones propuestas.



2.4.4 Configuración de la escala



Mediante el Menú **Editar** ▷ **Escala..** podemos configurar la distancia entre las líneas de la cuadrícula, tamaño de la gráfica (podemos por ejemplo hacer que se vea el doble de ancha que de larga).

2.4.5 Configuración de las fuentes



Mediante el Menú **Editar** > **Fuentes..** podemos elegir la tipografía (tipo de letra y tamaño) para los ejes.

Capítulo 3

Recursos online

3.1 Introducción

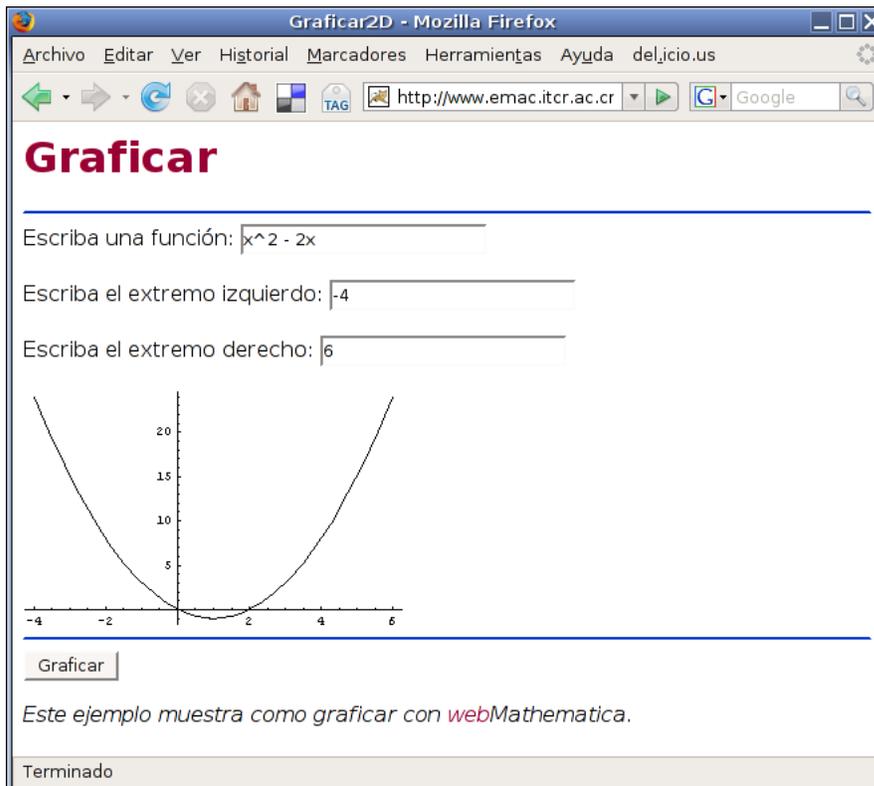
En la red también hay web que dibujan gráficas. Constituyen un recurso que podemos usar desde cualquier PC (independientemente del Sistema Operativo y programas que tenga instalados), siempre que tengamos conexión a Internet.

De entre las muchas páginas, veamos algunos ejemplos:

3.2 Gráficas online

3.2.1 Ejemplo 1

Web: <http://www.emac.itcr.ac.cr:8080/webMathematica/NewScript/graficar.jsp>



3.2.2 Ejemplo 2

Web: <http://fooplots.com>

La web permite representar varias funciones simultáneamente (incluso en coordenadas polares y curvas paramétricas). Además podemos guardar las gráficas generadas en PNG y otros formatos

FOOPLOTS | Plot faster. home/2D | 3D | noticias | faq | comentar

Do It Yourself Graphs
Create Presentation Quality Graphs See Examples. Free Trial!
www.SmartDraw.com/2009

Qt Charting Library
KD Chart provides advanced charts & graphs for Qt. Free evals available
www.ics.com

Math Calculator
Free Technical Search Engine Search Thousands of Catalogs Today
www.globalspec.com

Int. Diabetes Monitor
Keep abreast of current literature on clinical diabetes.
InternationalDiabetesMonitor.cc

Ads by Google

pan | zoom box | zoom in | zoom out | reset

encontrar: raíz | intersección

2-D plotting
Aqui puede graficar funciones, funciones en coordenadas polares y curvas parametricas.

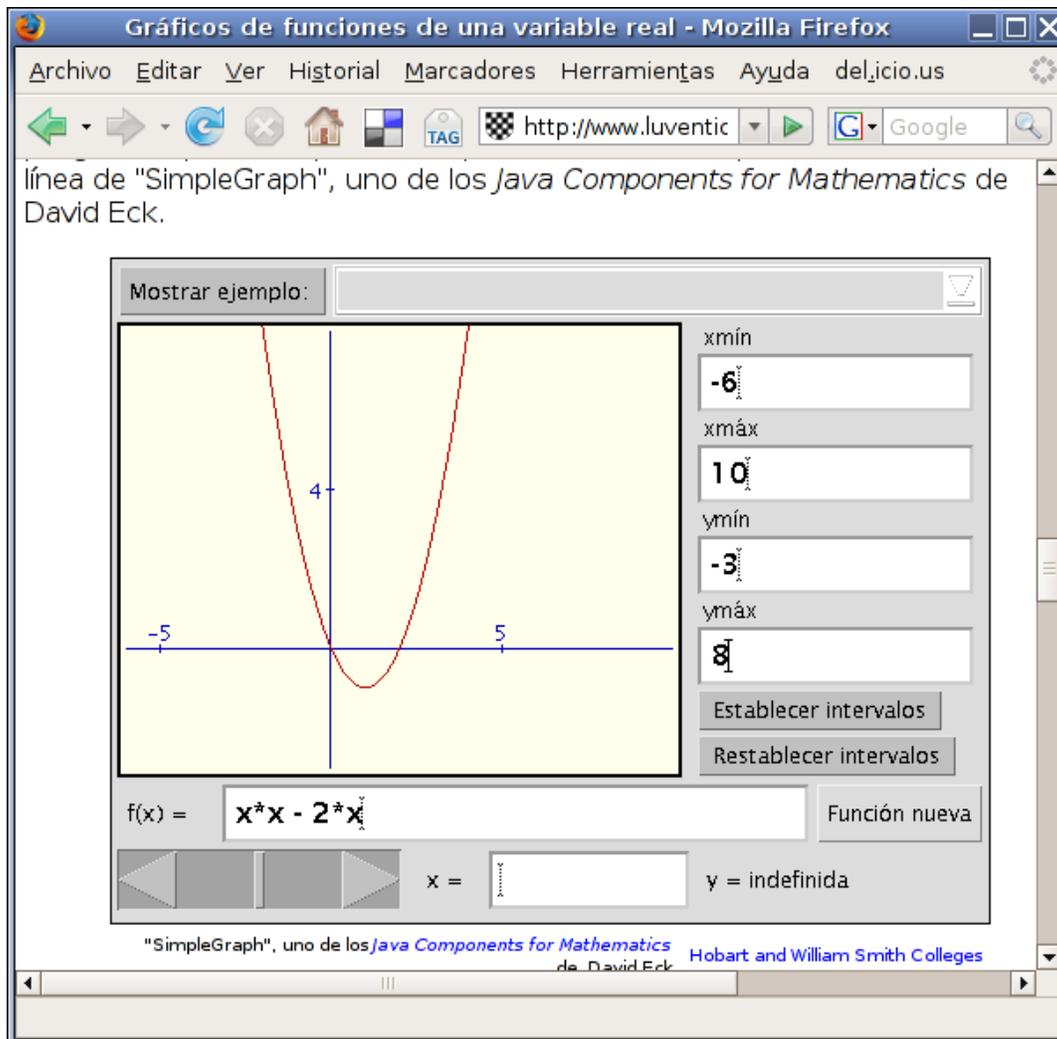
Función
y(x) =

Graficar

3.2.3 Ejemplo 3

Web: <http://www.luventicus.org/articulos/03U004/index.html>

Esta web nos muestra un artículo sobre gráficos de funciones reales de una variable real. A mitad de la página aproximadamente encontramos el applet Java para dibujar funciones que puede observar en la siguiente imagen:



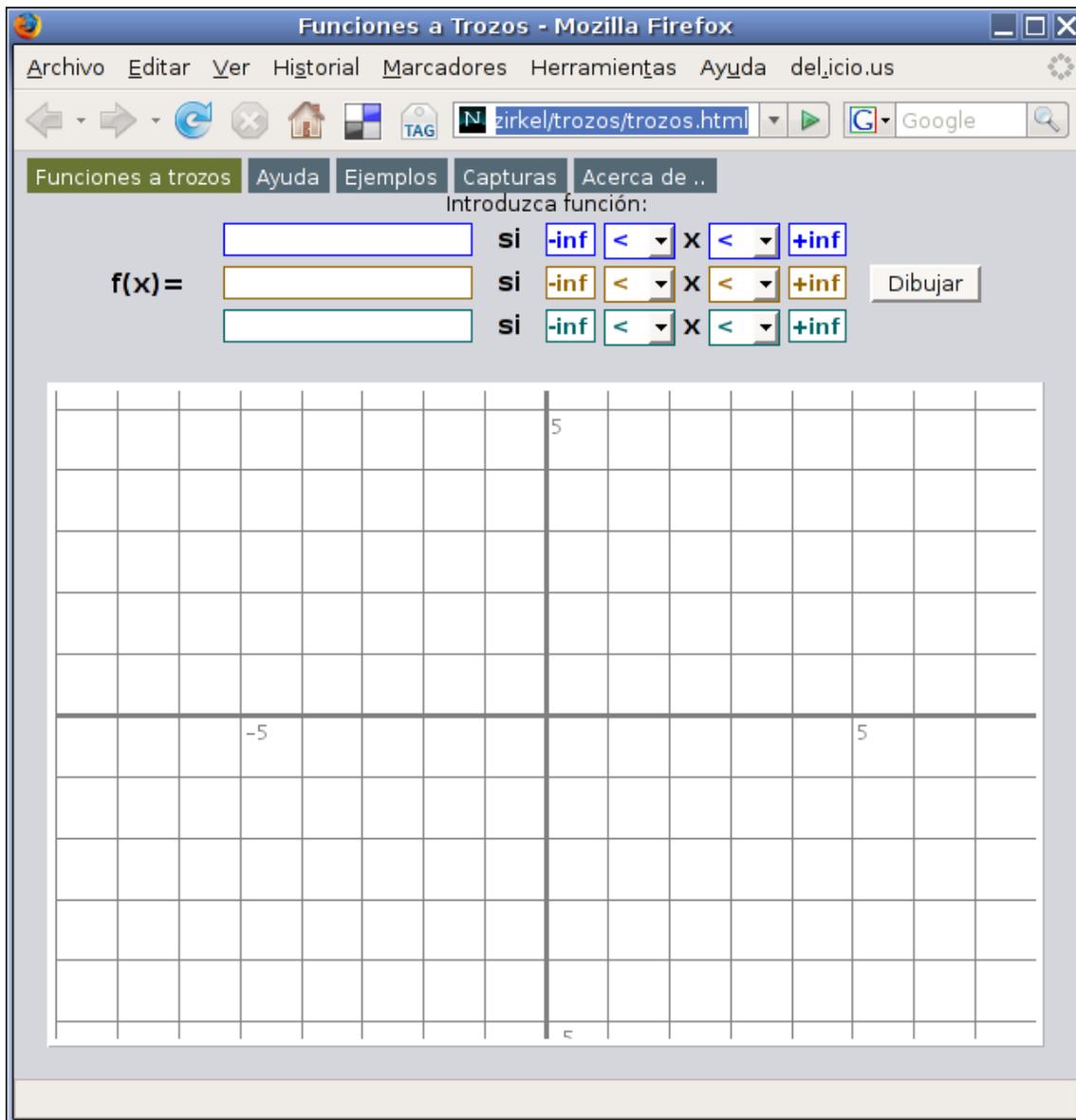
También tiene algunas opciones de configuración como los intervalos de definición de la función (en ambos ejes) y desplazamiento a través de la función.

3.2.4 Ejemplo 4: Funciones a trozos

Aprovechando el programa C.A.R. (geometría dinámica), programé unas modificaciones para dar interactividad y conseguí crear mi propio graficador. Se accede a la web mediante la url:

<http://www.infonegocio.com/lubrin/zirkel/trozos/trozos.html>

Observemos la imagen que nos ofrece el navegador:

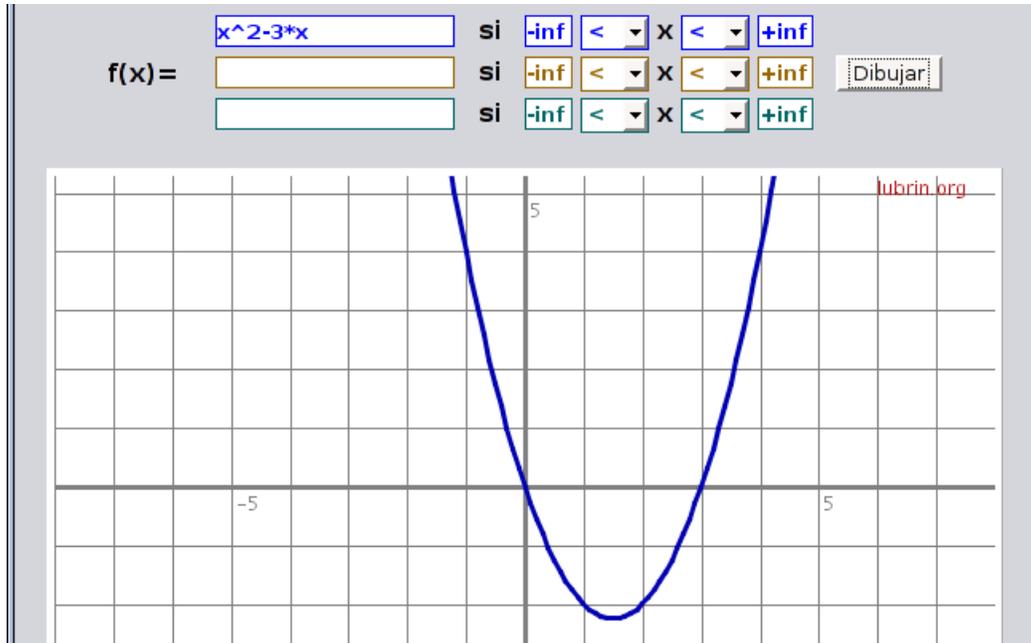


The screenshot shows a Mozilla Firefox browser window titled "Funciones a Trozos - Mozilla Firefox". The address bar contains the URL "http://www.infonegocio.com/lubrin/zirkel/trozos/trozos.html". The browser's menu bar includes "Archivo", "Editar", "Ver", "Historial", "Marcadores", "Herramientas", and "Ayuda del_icio.us". The page content features a navigation menu with "Funciones a trozos", "Ayuda", "Ejemplos", "Capturas", and "Acerca de ..". Below the menu, there is a section titled "Introduzca función:" with three rows for defining piecewise functions. Each row consists of an input field for the function expression, a "si" label, a dropdown menu for the lower bound (currently set to "-inf"), an "x" label, a dropdown menu for the upper bound (currently set to "+inf"), and a "Dibujar" button. The main area of the browser is a coordinate grid with a vertical y-axis and a horizontal x-axis. The y-axis has a tick mark at 5, and the x-axis has tick marks at -5 and 5.

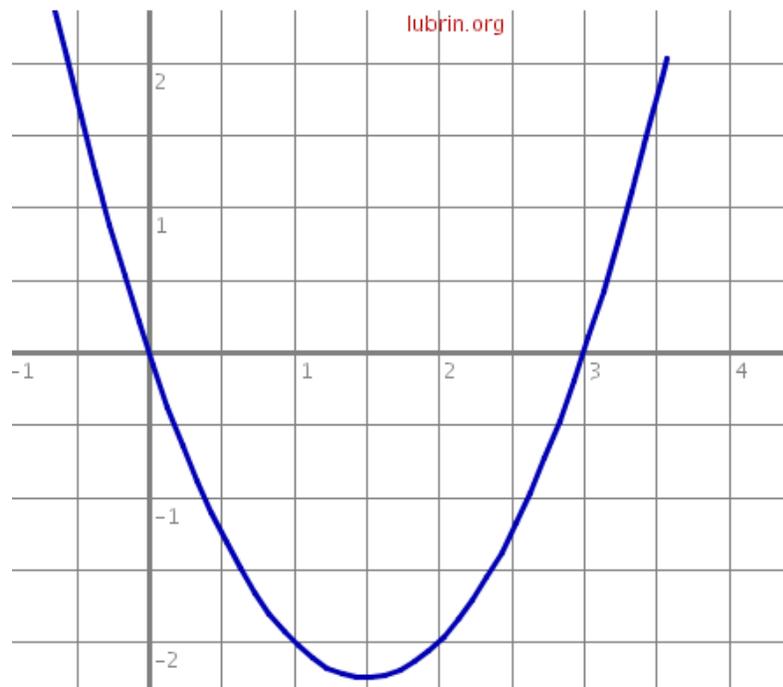
En la parte superior disponemos de un menú con Ayuda, Ejemplos, Capturas de pantalla, etc. En la Ayuda está prácticamente todo detallado.

A continuación viene la zona superior donde disponemos de tres entradas para introducir funciones (expresión de la función y dominio de definición de la misma). Si sólo queremos dibujar una función, sólo completaremos una de las entradas. Mire la ayuda y los ejemplos para más información.

En la parte inferior se encuentra, como ya habrá adivinado, la zona donde se dibujan las gráficas.



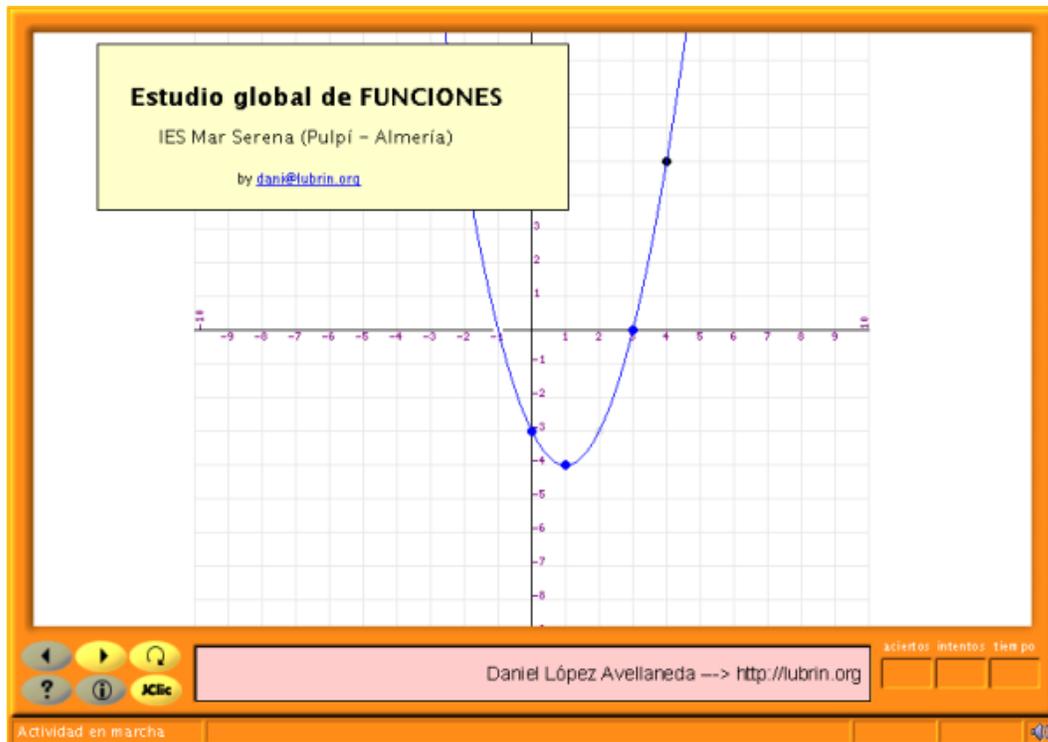
También dispone de la posibilidad de hacer zoom.



3.3 Otros Recursos

3.3.0.1 Funciones con JClic

JClic es un recurso muy usado en el aula, sobre todo en primaria. Es posible usar JClic también para estudiar las funciones y crear actividades interactivas para cualquier nivel. Aunque no está en el temario del curso, veamos un ejemplo:



El recurso se encuentra disponible en http://lubrin.org/funciones/act_func.html

3.3.0.2 Presentación sobre funciones

\LaTeX (no incluido en el temario del curso), no sólo se usa para generar textos científicos (o de cualquier tipo) como el que está leyendo, con \LaTeX se pueden crear presentaciones en PDF que nada tienen que envidiar a las que se pueden generar con Impress de OpenOffice o PowerPoint de Micro\$oft.

Puede ver una muestra en:

http://lubrin.org/mat/objetos/funciones_dani.pdf

The image shows a presentation slide with a dark blue header and footer. The header contains navigation tabs: "Funciones polinómicas", "Funciones racionales", "Funciones exponenciales", and "Ejemplos". The main title is "función de proporcionalidad inversa: $y = \frac{k}{x}$ ". The slide contains the following text:

- Su gráfica es una **hipérbola**
- Su **asíntotas** son los **ejes de coordenadas**
Asíntota horizontal: $y = 0$
Asíntota vertical: $x = 0$
- El coeficiente k nos da los cuadrantes donde está situada:
 - $k > 0 \rightarrow$
 - $k < 0 \rightarrow$

Two graphs of the function are shown on the right. The top graph shows the function in the first and third quadrants (k > 0), and the bottom graph shows the function in the second and fourth quadrants (k < 0). The footer contains the name "Daniel López Avellaneda" and the word "Funciones".